



**THESE INSA Rennes**

sous le sceau de l'Université européenne de Bretagne  
pour obtenir le titre de

**DOCTEUR DE L'INSA DE RENNES**

Spécialité : Génie Civil

présentée par

**Boumediene BENMEZROUA**

**ECOLE DOCTORALE : SDLM**

**LABORATOIRE : LGCGM**

**Etude numérique et  
expérimentale, à l'échelle  
microstructurale, du  
transport granulaire dans  
les matériaux poreux  
saturés**

**Thèse soutenue le 16.12.2011**  
devant le jury composé de :

**William PRINCE AGBODJAN**

Professeur - INSA de Rennes / président du jury

**Abdelhak AMBARI**

Professeur - ENSAM Angers / rapporteur

**Huaqing WANG**

Professeur - IUT Le Havre / rapporteur

**Didier MAROT**

Maître de conférences - IUT Saint Nazaire / examinateur

**Pascal Dupont**

Maître de conférences - INSA de Rennes / Co-encadreur de thèse

**Mustapha HELLOU**

Professeur - INSA de Rennes / Directeur de thèse

# Etude numérique et expérimentale, à l'échelle microstructurale, du transport granulaire dans les matériaux poreux saturés

Boumediene BENMEZROUA



*A la mémoire de mon père*

*A ma mère*

*A ma femme, mes frères et sœurs*

*A la mémoire de mon frère Benamar*

*A toute ma grande famille*

*A mes beaux parents*

*A mes amis*

*A tous ceux qui me sont chers*

*.....Je dédie cette thèse.*



## ***Remerciements***

Après ces années, et l'aboutissement de ce travail qui se conclut enfin par la rédaction du présent mémoire, il m'est donné aujourd'hui de remercier tous les acteurs de cette thèse pour leurs contributions, et à qui je souhaite exprimer ma gratitude et en premier lieu :

Monsieur **Mustapha HELLOU**, Professeur à l'INSA de Rennes directeur de cette thèse, et Monsieur **Pascal DUPONT**, Maître de conférences à l'INSA de Rennes, co-directeur de cette thèse, qui ont bien voulu encadrer ce travail. Je les remercie pour la confiance qu'ils m'ont témoignée, leur aide et leur suivi au cours de ces années. Je leur en suis très reconnaissant.

Toute ma gratitude s'adresse également à Monsieur **Abdelhak AMBARI**, Professeur à ENSAM Angers, et Monsieur **Huaqing WANG**, Professeur à l'IUT Le Havre, d'avoir accepté d'être rapporteurs de ma thèse.

Je voudrai remercier Messieurs **Didier MAROT**, Maître de conférences à l'IUT Saint Nazaire, et **William PRINCE AGBODJAN**, Professeur à l'INSA de Rennes, qui m'ont fait l'honneur d'accepter d'être examinateurs de mon travail.

J'adresse mes sincères remerciements à Monsieur **Christophe LANOS**, directeur du laboratoire LGCGM, et à Monsieur **Mohamed HJIAJ**, directeur du département de génie civil, de m'avoir fait confiance et intégré au sein de leurs structures respectives.

Merci à Monsieur **Olivier Garo**, Informaticien à l'INSA de Rennes, pour son aide exemplaire et efficace, et sa disponibilité.

Je tiens à remercier également l'ensemble des personnels du laboratoire LGCGM : Enseignants, Techniciens et les deux Secrétaires, Madame **N. CHOLLET** et Madame **J. LE GUELLEC**, pour leur contribution directe ou indirecte à la réalisation de cette thèse.

Je souhaite exprimer toute ma sympathie à mes collègues doctorants du laboratoire LGCGM.

Merci à Monsieur **Abdelaziz HAMMOUDA** et Monsieur **Mohamed EZZIANE** ainsi que Messieurs, **Miloud CHIKR EL-MEZOUAR**, **Nourredine ARABI**, **Djamel ACHOURA**, **Ibrahim MESSAOUDENE**, **Ibrahim ZIDANE** et **Baghdad KROUR**, d'avoir été mes bons compagnons de route durant mon séjour de thèse à l'INSA de Rennes.

Enfin, j'adresse tous mes remerciements à mes parents, à toute ma famille de Tlemcen et d'ici en France pour leur soutien durant mon séjour à Rennes, à mes beaux parents, à ma grande famille et à tous mes amis et à tous ceux ou celles qui de près ou de loin ont contribué à mon cursus scientifique.

Enfin, à la personne qui m'est la plus chère, **Ma femme**, et qui a eu à supporter avec moi tous les hauts et les bas qui se sont succédé tout au long de cette thèse. Je ne peux terminer ces remerciements sans lui dire combien c'est un bonheur d'être entouré et soutenu par elle.

Au dieu tout puissant, et à tous je dis : Merci beaucoup.

## Sommaire

<b>Introduction générale .....</b>	<b>5</b>
<b>Chapitre I. Etude bibliographique sur les méthodes numériques du couplage solide - fluide .....</b>	<b>7</b>
<b>I.1. Introduction .....</b>	<b>8</b>
<b>I.2. Méthodes numériques de couplage particule-fluide .....</b>	<b>8</b>
<b>I.2.1. Méthodes avec maillage .....</b>	<b>8</b>
I.2.1.1. Particle finite element method .....	8
I.2.1.2. Méthode des éléments finis avec points d'intégrations Lagrangiens (MEFPIL) .....	10
<b>I.2.2. Méthode sans maillage .....</b>	<b>11</b>
I.2.2.1. La méthode SPH (Smoothed Particles Hydrodynamics) .....	11
I.2.2.2. La méthode d'Element Free Galerkin (EFG) .....	14
I.2.2.2.1. Les fonctions de forme .....	15
I.2.2.2.2. Fonctions de pondération .....	16
<b>I.2.3. Méthodes discrètes .....</b>	<b>17</b>
I.2.3.1. La dynamique moléculaire des sphères déformables « molles » .....	17
I.2.3.2. Discontinuous deformation analysis (DDA) .....	18
I.2.3.2.1. Equations d'équilibre et minimisation de l'énergie potentielle .....	18
I.2.3.2.2. Détection de Contacts .....	19
I.2.3.2.3. Limite de la méthode DDA .....	20
I.2.3.3. La méthode d'Event-Driven .....	21
I.2.3.4. La dynamique des contacts .....	21
<b>I.2.4. Méthodes des automates cellulaires .....</b>	<b>21</b>
I.2.4.1. Méthode de gaz sur réseaux (LGA) .....	22
I.2.4.2. Lattice Boltzmann Method (LBM) .....	22
<b>I.3. Choix de la méthode du couplage CFD-DEM utilisée dans notre travail .....</b>	<b>22</b>
<b>I.3.1. Introduction .....</b>	<b>22</b>
<b>I.3.2. Méthode des éléments distincts (DEM) .....</b>	<b>23</b>
I.3.2.1. Cycle de calcul .....	23
I.3.2.1.1. Détection de contact .....	24
I.3.2.1.2. Détermination des forces de contact .....	24
I.3.2.1.3. Détermination des forces de contact .....	26
I.3.2.2. Amortissement .....	28
I.3.2.3. Le pas de temps critique .....	28
<b>I.3.3. La méthode CFD .....</b>	<b>29</b>
I.3.3.1. Les équations de base d'écoulement de fluide .....	29
I.3.3.2. Conservation de la masse d'un fluide – application au cas du fluide contenu dans un domaine poreux .....	30

I.3.3.3. Conservation de la quantité de mouvement – application au cas du fluide contenu dans un domaine poreux .....	31
<b>I.3.4. Mise en œuvre du couplage CFD-DEM .....</b>	<b>32</b>
I.3.4.1. Termes de couplage .....	32
I.3.4.2. Cycle de calcul.....	34
I.3.4.3. Calcul de la porosité .....	34
I.3.4.4. Le pas de temps de couplage .....	35
<b>Chapitre II. Déplacement de particules solides dans un milieu poreux saturé . 36</b>	
<b>II.1. Introduction.....</b>	<b>37</b>
<b>II.2. Etude Bibliographique.....</b>	<b>38</b>
<b>II.2.1. Interaction fluide-particules en suspension.....</b>	<b>39</b>
II.2.1.1. Ecoulement autour d’une sphère fixe .....	39
II.2.1.2. Particule sphérique en mouvement dans un milieu infini.....	41
II.2.1.3. Mouvement d’une particule sphérique près des parois.....	44
II.2.1.4. Sédimentation entravée .....	45
II.2.1.4.1. Suspensions diluées .....	46
II.2.1.4.2. Suspensions concentrées.....	47
<b>II.2.2. déplacement de particules dans un milieu poreux.....</b>	<b>48</b>
II.2.2.1. milieu poreux sec .....	48
II.2.2.1. milieux poreux saturés.....	49
<b>II.3. Etude expérimentale et numérique du déplacement de particules solides dans un milieu poreux saturé. ....</b>	<b>51</b>
<b>II.3.1 Etude expérimentale .....</b>	<b>51</b>
<b>II.3.1. Dispositif .....</b>	<b>51</b>
<b>II.3.2 Méthode de suivi des particules – Traitement d’image.....</b>	<b>53</b>
<b>II.3.3. Méthode numérique par couplage CFD-DEM autour d’une particule au cours de son mouvement .....</b>	<b>54</b>
II.3.3.1. Description du problème .....	54
II.3.3.2. Résultats numériques et expérimentales du déplacement d’une particule.....	56
<b>II.3.4. Méthode numérique par Couplage CFD-DEM sur un amas de particules .....</b>	<b>64</b>
<b>II.3.5. Conclusion .....</b>	<b>76</b>
<b>Chapitre III. Contribution à la formulation de la perméabilité intrinsèque de matériaux poreux granulaires.....</b>	<b>77</b>
<b>III.1. Introduction .....</b>	<b>78</b>
<b>III.2. Etude bibliographique.....</b>	<b>79</b>
<b>III.2.1. Modèles structurels de milieux poreux.....</b>	<b>81</b>
III.2.1.1. Perméabilité d’un milieu poreux représenté par un réseau de conduits .....	81
III.2.1.1.1. Réseau de conduits parallèles .....	81
III.2.1.1.2. Réseau de conduits interconnectés.....	83



III.2.1.2. Perméabilité d'un milieu poreux représenté par un réseau de sphères .....	85
III.2.1.2.1. Réseaux périodiques monodisperses de sphères .....	85
III.2.1.2.2. Système aléatoire de sphères monodisperses .....	90
III.2.1.2.3. Système aléatoire de sphères polydisperses .....	94
<b>III.3. Moyens numériques du calcul de perméabilité .....</b>	<b>96</b>
<b>III.3.1. Equation du mouvement des particules (PFC3D).....</b>	<b>96</b>
<b>III.3.2. Equations du mouvement du fluide (FINAS) .....</b>	<b>96</b>
III.3.2.1. Stratégie du couplage CFD-DEM .....	97
<b>III.4. Simulation de la perméabilité de réseaux de sphères .....</b>	<b>100</b>
<b>III.5. Résultats et interprétations.....</b>	<b>104</b>
<b>III.5.1. Effets de bords .....</b>	<b>104</b>
<b>III.5.2. Analyse du réseau périodique FCC .....</b>	<b>107</b>
<b>III.5.3. Influence du type de réseau périodique.....</b>	<b>109</b>
<b>III.6. Conclusion .....</b>	<b>112</b>
<b>Chapitre IV. Rétention de particules solides dans un milieu poreux.....</b>	<b>113</b>
<b>IV.1 Introduction .....</b>	<b>114</b>
<b>IV.2 Généralités sur la filtration de particules solides en suspension dans un milieu poreux granulaire .....</b>	<b>114</b>
<b>IV.2.1. Différents types de filtration .....</b>	<b>114</b>
IV.2.1.1. Filtration moyenne .....	115
IV.2.1.2. Filtration tangentielle.....	115
IV.2.1.3. Filtration en Gâteau (cake).....	115
IV.2.1.4. Filtration en profondeur .....	116
<b>IV.2.2. Forces et mécanismes en présence dans le procédé de filtration .....</b>	<b>116</b>
IV.2.2.1. Forces en présence dans le procédé de filtration.....	116
IV.1.2.1.1. Les forces hydrodynamiques et mécaniques .....	116
IV.1.2.1.2. Les forces physico-chimiques .....	117
IV.2.2.2. Les mécanismes de la filtration.....	119
IV.2.2.2.1. Constriction.....	119
IV.2.2.2.2. Déposition par sédimentation.....	120
IV.2.2.2.3. Interception .....	120
IV.2.2.2.4. Impaction inertielle et rebond .....	120
IV.2.2.2.5. Diffusion.....	121
IV.2.2.2.6. Attachement/détachement.....	121
IV.2.2.3. Les sites de rétention.....	122
IV.2.2.4. Types de filtration en profondeur .....	122
<b>IV.2.3. Modèles numériques de filtration des suspensions à travers un milieu poreux .....</b>	<b>123</b>
IV.2.3.1. Modèles empiriques.....	123
IV.2.3.2. Modèles stochastiques .....	124

IV.2.3.3. Modèles sur réseaux.....	125
IV.2.3.4. Modèles d'analyse de trajectoire .....	125
<b>IV.3. Modélisation numérique de la filtration par couplage CFD-DEM.....</b>	<b>126</b>
<i>IV.3.1. Paramètres physiques et numériques de notre étude.....</i>	<i>127</i>
<i>IV.3.2 Résultats .....</i>	<i>130</i>
<b>IV.4. Conclusion .....</b>	<b>144</b>
<b>Conclusion générale.....</b>	<b>145</b>
<b>Liste des figures et des tableaux .....</b>	<b>148</b>
<b>Références Bibliographiques .....</b>	<b>151</b>

## Introduction générale

Le transport de particules solides dans un milieu poreux granulaire saturé, sujet à l'écoulement de fluide se produit dans de nombreux processus naturels ou artificiels. Par exemple dans le domaine du génie civil, le transport de particules est à l'origine du colmatage des matériaux drainants, de la réduction de perméabilité des sols, de l'érosion des sols, ou de la dégradation des matériaux. Ainsi, la connaissance des mécanismes d'interaction à l'échelle du pore entre les différentes phases composant le matériau poreux est primordiale pour déterminer les grandeurs ou les comportements macroscopiques utiles dans les différentes applications. Ce travail de thèse contribue à cette connaissance dans le but d'appréhender les phénomènes de dépôt, de colmatage et d'érosion. Il est principalement réalisé par voie numérique utilisant le couplage entre deux codes de calcul : PFC3D, pour la matrice granulaire, et, CFD-FINAS pour l'écoulement de fluide. Ce traitement numérique original est complété par des expériences de visualisation menées sur des modèles physiques de milieux poreux dans le but de valider le couplage numérique DEM-CFD (Distinct Element Method-Computational Fluid Dynamics).

Ce mémoire est organisé en quatre chapitres suivis d'une conclusion générale.

Le chapitre I a pour objectif de faire une synthèse bibliographique, pour une meilleure compréhension des méthodes numériques du couplage solide-fluide. Cette étude bibliographique a été scindée en trois parties distinctes :

- Présentation des différentes méthodes numériques du couplage solide-fluide.
- Présentation des lois qui gouvernent le mouvement des particules, en particulier celles qui sont intégrées dans PFC3D.
- Présentation des lois du mouvement du fluide implémentées dans FINAS et du processus de couplage DEM-CFD

Le chapitre II traite du transport de particules solides dans un milieu poreux idéalisé conçu en disposant des tiges cylindriques en verre selon un arrangement

périodique. Une étude expérimentale par visualisation est menée sur le transport de particules isolées. Conjointement, ce même problème est calculé numériquement à partir du couplage particule-fluide (DEM-CFD). Ce travail est étendu au calcul numérique du transport de particules nombreuses provenant d'un amas de particules déposé sur la surface du milieu poreux. On analyse ainsi l'influence du nombre de particules sur le champ de vitesse du fluide dans les pores. Une comparaison du champ de vitesses obtenu pour une particule isolée et celui obtenu pour l'amas de particules de même diamètre est effectuée.

Dans le chapitre III, on traite de façon détaillée l'interaction entre le fluide et les grains du milieu poreux. Cette étude a permis de trouver une nouvelle formulation de la résistance des particules solides à l'écoulement en régime de Stokes valable pour une large gamme de porosités. Cette formulation de la force de traînée couplée à la loi de Darcy conduit à exprimer la perméabilité intrinsèque en fonction de la porosité.

Le chapitre IV traite du transport de particules fines dans un milieu poreux constitué d'un empilement désordonné de sphères. L'objectif est de déterminer la profondeur limite de pénétration de ces particules dans le milieu en fonction de la vitesse de l'écoulement et d'en déduire la localisation des zones de colmatage.

Enfin, nous terminons ce travail par une conclusion générale qui fait le point sur les différents résultats trouvés, avant d'esquisser des perspectives à envisager pour la suite de cette recherche.

# **Chapitre I. Etude bibliographique sur les méthodes numériques du couplage solide - fluide**



## **I.1. Introduction**

La simulation de l'interaction particule-fluide peut s'effectuer soit par un couplage direct soit par un couplage indirect par deux méthodes différentes.

La simulation effectuée par un couplage direct traite à la fois les phases solide et fluide d'un domaine étudié. Tandis qu'un couplage indirect s'effectue par l'appel à deux méthodes différentes qui traitent la phase fluide et la phase solide séparément avec des échanges d'informations durant un calcul.

Dans ce chapitre, on décrit les approches et les méthodes numériques utilisées pour résoudre les interactions solide-fluide.

## **I.2. Méthodes numériques de couplage particule-fluide**

### **I.2.1. Méthodes avec maillage**

#### ***I.2.1.1. Particle finite element method***

La méthode PFEM (Particle Finite Element Method) comme son nom l'indique, est basée sur la méthode des éléments finis. Mais elle s'appuie sur les méthodes sans maillage (Oñate et Idelsohn (1998)) qu'on décrira plus loin. Cette méthode considère les particules comme des nœuds. Les mailles formées par les nœuds reliés entre eux sont remplies de fluide. Cette méthode utilise une description lagrangienne pour suivre le mouvement de la phase fluide et de la phase solide. La méthode des éléments finis (FEM) est utilisée pour résoudre les équations de continuité des deux phases. Les particules en mouvement représentant chaque phase peuvent se déplacer librement et même se séparer du domaine d'étude principal discrétisé.

La qualité de la solution numérique dépend essentiellement de la méthode de discrétisation choisie, de la même manière que dans la méthode classique de FEM. Des techniques de raffinement de maille peuvent être utilisées pour améliorer la qualité de la solution dans des zones du domaine où de grands déplacements auraient lieu.

En résumé, une solution typique avec la méthode PFEM comporte les étapes suivantes :

- La discrétisation du domaine (phase solide et/ou fluide) se fait par mailles. Le processus de génération du maillage est basé sur une norme de discrétisation du domaine d'étude en utilisant une collection initiale de points qui deviennent ensuite des nœuds du maillage. Alternativement, les nœuds peuvent être créés au cours du processus de génération de maillage par la méthode de génération frontale (Idelsohn *et al.* (2003)).
- La reconnaissance des limites extérieures ou intérieures d'un domaine se manifeste par la déclaration des nuages de particules qui définissent les limites du domaine. Une méthode appelée «  $\alpha$ -forme » (Edelsbruner et Mücke (1994)) constitue une stratégie appropriée d'identification des frontières (Figure I.1). Il s'agit essentiellement d'identifier les parties ou les segments de nuage peuvent être insérés dans un cercle vide de taille supérieure à un paramètre donné (le paramètre  $\alpha$ -forme). Les nœuds (particules) de ces segments sont ainsi identifiés comme des particules d'extrémité.

Au cours du calcul, les nœuds se déplacent à une nouvelle position en fonction du pas de temps de calcul. A ce stade, de nouvelles mailles se régénèrent si nécessaire pour de grands déplacements.

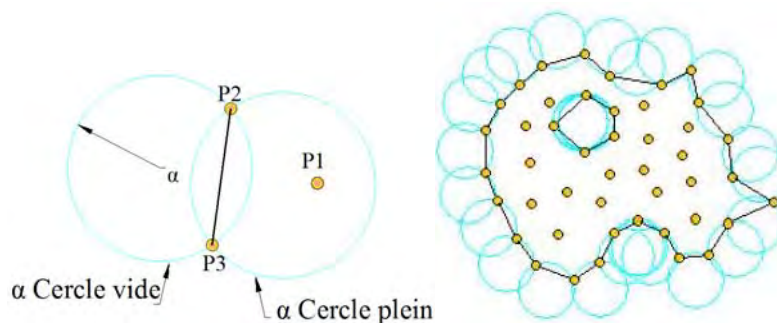


Figure I.1: Reconnaissance de frontières par la méthode  $\alpha$ -forme (d'après Oñate *et al.* (2004, 2006) ; Oliver *et al.* (2007))

Finalement, cette approche reste un outil intéressant pour l'étude des phénomènes physiques à l'échelle macroscopique. La méthode PFEM intègre un modèle de



frottement (Figure I.2) de type Coulomb qui s'applique au niveau des segments de mailles et non pas sur les nœuds.

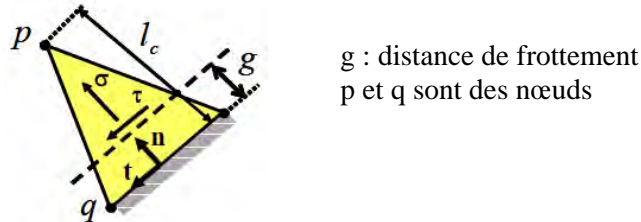


Figure I.2: Modèle de frottement dans la méthode PFEM (d'après Oliver et al. 2005, 2007)

#### ***1.2.1.2. Méthode des éléments finis avec points d'intégrations Lagrangiens (MEFPIL)***

Une autre catégorie de méthodes permet de modéliser le couplage solide-fluide est nommée la méthode « particle-in-cell ». Elle utilise un maillage Eulérien où se situent les nœuds de maille, et un ensemble de points Lagrangiens, à l'intérieur de la maille, qui transportent les variables internes (Brackbill et Ruppel (1988)). Les nœuds sont considérés fixes dans l'espace. Alors, les points matériels qui se situent à l'intérieur de chaque maille transportent avec eux les propriétés du matériau au cours de leurs mouvements. Le couplage entre ces points matériels et les nœuds de la maille s'effectue par une interpolation usuelle en éléments finis. Cette interpolation est utilisée pour modifier les positions de points matériels (particules).

La méthode (MEFPIL) est dérivée des problèmes dans lesquels l'énergie cinétique est importante, comme : impact entre matériaux, suspensions de particules dans un fluide en fort mouvement...

L'inconvénient majeur de cette méthode, notamment pour la modélisation de fluide, est que les poids des particules restent constants durant le calcul. Ainsi, si le nombre de particules par élément est modifié au cours du mouvement, alors le volume d'intégration sur cet élément varie aussi. Pour dépasser cet inconvénient, Moresi et Solomatov (1995) ont donc proposé une nouvelle méthode (MEFPIL) qui est basée sur

la méthode « particle-in-cell » afin de pouvoir modifier le poids numérique des particules Lagrangiennes.

### **I.2.2. Méthode sans maillage**

Dans les approches sans maillage, les nœuds sont remplacés par un nuage de points dont la distribution est indépendante de la géométrie. Ils peuvent ainsi mieux représenter l'apparition de discontinuités tout en conservant les mêmes lois de comportement et en ne nécessitant pas de techniques de maillage adaptatif. On peut citer quelques méthodes sans maillage : SPH (Smoothed Particles Hydrodynamics), element free Galerkin method (EFG), meshless local Petrov-Galerkin method (MLPG), the point interpolation method (PIM), the point assembly method (PAM), the finite point method (FPM), the diffuse element method, the boundary node methods (BNM), the boundary point interpolation methods (BPIM), h-Clouds, partition of unity methods.

Parmi les méthodes ci-dessus, on retient deux grandes familles utiles pour la simulation des milieux granulaires: la méthode SPH et la méthode EFG.

#### ***I.2.2.1. La méthode SPH (Smoothed Particles Hydrodynamics)***

En 1977, Cette méthode a été développée indépendamment par Leon Lucy et par Gingold et Monaghan pour étudier des phénomènes astrophysiques. Après quelques années, Gingold et Monaghan (1982) ont commencé à intégrer dans cette méthode une fonction noyau de localisation, qui s'agit d'une interpolation régulière d'un champ. Cette fonction est une méthode probabiliste décrivant une quantité physique d'un milieu continu à l'échelle macroscopique. La méthode SPH est basée sur des techniques de calcul hydrodynamique. Elle représente un domaine par un ensemble de points. Chaque point porte un ensemble de grandeurs physiques qui concernent le phénomène étudié (vitesse, pression, masse, densité, force...). Ces informations restent accessibles durant le mouvement de ce point. Par ailleurs, ces points portent une masse et sont considérés comme « particules ».

La méthode SPH s'appuie sur la notion d'opérateur-intégrale pour l'approximation des paramètres physiques portés par chaque particule d'un domaine

donné. Cet opérateur permettant l'interpolation d'un champ scalaire  $A$  dans un domaine  $\Omega$ , à partir des paramètres physiques des particules et s'écrit sous la forme suivante :

$$A_i = \int_{\Omega} A(x) W(x_i - x, h) d\Omega \quad (1.1)$$

où  $x_i$  est la position de la  $i^{\text{ème}}$  particule.  $W(x_i - x, h)$  est un noyau d'interpolation de longueur de lissage  $h$ . Le noyau  $W$  doit respecter les conditions suivantes pour assurer la convergence de l'interpolation:

Le noyau doit être positif tout au long du domaine.

La condition de partition de l'unité :

$$\int_{\Omega} W(x_i - x, h) = 1 \quad (1.2)$$

$W(x_i - x, h) \neq 0$  dans  $\Omega_i$  et nul ailleurs

$W(x_i - x, h)$  doit décroître de manière monotone

$$\lim_{h \rightarrow 0} W(x_i - x, h) = \delta(x_i - x) \quad (1.3)$$

Ce noyau peut avoir plusieurs formes de fonctions d'approximation. La fonction la plus couramment utilisée par rapport aux autres est appelée Cubic Spline définie par :

$$W(r, h) = \frac{b}{\pi h^a} \begin{cases} 1 - \frac{3}{2}q^2 + \frac{3}{4}q^3 & \text{si } 0 \leq q \leq 1 \\ \frac{1}{4}(2-q)^3 & \text{si } 1 \leq q \leq 2 \\ 0 & \text{si } q \geq 2 \end{cases} \quad (1.4)$$

avec  $q = \frac{r}{h}$ , et  $r = |x_i - x_j|$

Dans l'équation (1.4), le terme  $a$  est le nombre de dimensions, le paramètre  $b$  est un facteur de normalisation pour assurer la condition de partition d'unité, égale à  $\frac{2}{3}$  en 1D,

$\frac{10}{7\pi}$  en 2D, et  $\frac{1}{\pi}$  en 3D.

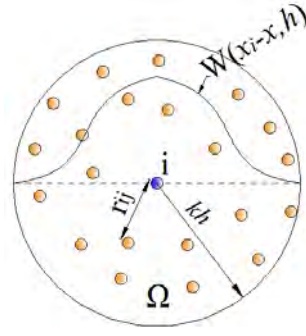


Figure I.3: voisinage d'une particule

Le noyau  $W$  ne dépend que de la distance entre un point  $i$  et son voisin  $j$  (Figure I.3). le support est alors sphérique et le voisinage doit comporter tous les points pour lesquels la distance :  $|x_i - x_j| < 2h$ . Le facteur d'échelle  $k$  dépend de la fonction noyau utilisée et de l'espace. On peut également définir un opérateur-intégrale de l'équation (1.1) pour l'approximation de la dérivée du champ  $A$  :

$$\nabla A_i = \int_{\Omega} A(x) \nabla W(x_i - x, h) d\Omega \quad (1.5)$$

Le volume de fluide est discrétisé par un nombre de points désordonnés. L'équation (1.1) peut être approchée par l'application de l'interpolation suivante :

$$A_i = \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} A_j W(x_i - x_j, h) \quad (1.6)$$

où  $m_j$  et  $\rho_j$  sont la masse et la densité de la particule  $j$  qui occupe la position  $x_j$ , le ratio  $m_j/\rho_j$  permet de donner une approximation d'un volume représenté par un ensemble de points, et de maintenir la relation entre la forme continue (équation (1.1)) et la forme discontinue (1.6). Le gradient de  $A$  est également, donné par la forme suivante :

$$\nabla A_i = \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} A_j \nabla_i W(x_i - x_j, h) \quad (1.7)$$

Hu et Adams (2006) ont proposé de remplacer la fraction  $\rho_i/m_i$  dans les équations (1.6) et (1.7) par la densité de particules «  $n_i$  » ce qui donne les équations :

$$A_i = \sum_j \frac{A_j}{n_j} W(x_i - x_j, h) \quad (1.8)$$

$$\nabla A_i = \sum_j \frac{A_j}{n_j} \nabla_i W(x_i - x_j, h) \quad (1.9)$$

Si on applique l'équation (1.8), la densité de particules  $n_i$  peut être donnée en terme de la fonction de lissage par :

$$n_i = \sum_j W(x_i - x_j, h) \quad (1.10)$$

De même, la densité pour chaque particule est donnée par :

$$\rho_i = m_i n_i = m_i \sum_j W(x_i - x_j, h) \quad (1.11)$$

Les vitesses des particules sont obtenues par la résolution de l'équation de Navier-Stokes. Morris *et al.* (1997), Holmes *et al.* (2011) proposent une loi simplifiée de Navier Stokes sous la forme suivante :

$$\frac{dv_i}{dt} = -\frac{1}{m_i} \sum_{j=1}^N \left( \frac{P_i}{n_i^2} + \frac{P_j}{n_j^2} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i} + \frac{1}{m_i} \sum_{j=1}^N \frac{(\mu_i + \mu_j)}{n_i n_j} (v_i - v_j) \left( \frac{1}{|x_i - x_j|} \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i} \right) + F_i \quad (1.12)$$

où  $v_i$  représente la vitesse,  $P_i$  la pression,  $\mu_i$  la viscosité dynamique et  $F_i$  est une force extérieure appliquée sur la particule  $i$ . La pression est calculée par la formule donnée par Morris *et al.* (1997) :

$$P_i = c^2 (\rho_i - \rho_0) \quad (1.13)$$

où  $c$  est une célérité artificielle du son, et  $\rho_0$  est une densité d'un volume de référence.

#### 1.2.2.2. La méthode d'Element Free Galerkin (EFG)

Cette méthode sans maillage est développée par Belytschko *et al.* en 1994. Elle est basée sur la méthode des éléments diffus. Elle se caractérise par :

- La construction des nœuds (points) du domaine basée sur l'approximation au sens des moindres carrées mobiles (Moving Least squart approximation).

- L'utilisation de la forme faible contrainte de Galerkin pour développer l'équation d'un domaine discrétisé.
- L'utilisation d'un sous maillage pour l'intégration (une fonction quadrature de Gauss).

#### 1.2.2.2.1. Les fonctions de forme

L'approximation au sens des moindres carrés mobiles  $u^h(x)$  de la fonction  $u(x)$  appartenant à un domaine  $\Omega$  est exprimée par :

$$u^h(x) = \sum_{j=1}^N b_j(x) a_j(x) = \mathbf{b}^T(x) \mathbf{a}(x) \quad (1.14)$$

où  $b_j(x)$  sont des fonctions monômes de base,  $N$  est le nombre de termes dans la base,  $a_j(x)$  sont des coefficients qui dépendent des coordonnées spatiales des points.

Les fonctions de base sont obtenues à partir du triangle et tétraèdre de Pascal en 2D et 3D respectivement. Les coefficients  $a_j(x)$  sont déterminés par la minimisation de la formule de pondération suivante :

$$J = \sum_{i=1}^n W(x - x_i) \left[ \sum_{j=1}^N b_j(x_i) a_j(x) - u_i \right]^2 \quad (1.15)$$

où :  $n$  est le nombre de nœuds dans le domaine  $(x)$ ,  $W(x - x_i)$  est la fonction de pondération et  $u_i$  (Figure I.4) est un paramètre nodal de  $u$  pour  $(x = x_i)$

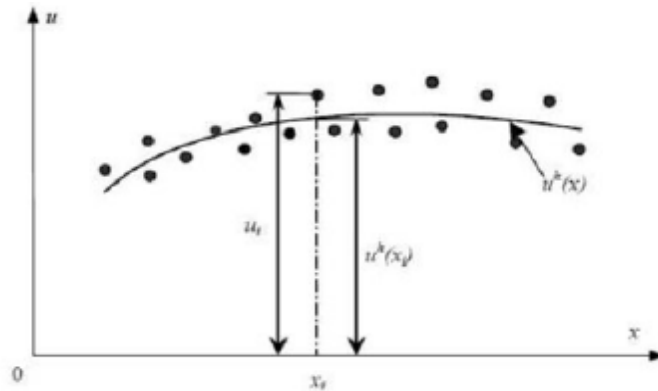


Figure I.4: Le paramètre nodal  $u_i$  (Hamrani et Belaidi 2010)

La détermination du minimum de la fonction J ;

$$\frac{\partial J}{\partial a} = 0 \text{ conduit à :}$$

$$A(x)a(x) = M(x)U_s \quad (1.16)$$

$U_s$  est un vecteur regroupant les paramètres nodaux de l'ensemble des nœuds compris dans le domaine. La forme de  $A(x)$  est donnée par :

$$A(x) = \sum_{i=1}^n W(x - x_i) b(x_i) b^T(x_i) \quad (1.17)$$

$$M(x) = W(x - x_i) b(x_i) \quad (1.18)$$

Si on remplace le terme  $a(x)$  de l'équation (1.16) dans l'équation (1.14) on obtient :

$$u^h(x) = b^T(x) (A^{-1}(x) M(x)) U_s \quad (1.19)$$

$$\text{avec } u^h(x) = \sum_{i=1}^n \phi_i(x) u_i = \Phi^T(x) U_s \quad (1.20)$$

où  $\Phi(x)$  est le vecteur des fonctions de forme obtenue par moindres carrés mobiles, correspondant aux nœuds ( $n$ ) du domaine d'influence de  $x$ . Il est donné par :

$$\Phi^T(x) = b^T(x) A^{-1}(x) M(x) \quad (1.21)$$

#### 1.2.2.2.2. Fonctions de pondération

Le choix d'une fonction de pondération joue un rôle très important dans l'approximation par moindres carrés mobiles. Ce choix dépend du type de domaine rencontré. Les fonctions de pondération les plus utilisées sont de type Spline de la même manière que dans la méthode SPH. Pour évaluer les intégrales, ce domaine est discrétisé (Figure I.5) par un nuage de points :

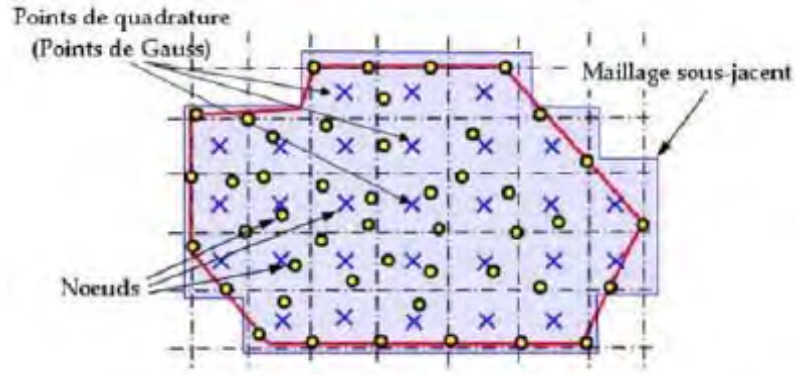


Figure I.5: discrétisation d'un domaine (Hamrani et Belaidi 2010)

L'intégration du domaine discrétisé est exprimée par la somme des intégrales aux cellules :

$$\int_{\Omega} G d\Omega = \sum_k^{n_c} \int_{\Omega_k} G d\Omega = \sum_k^{n_c} \sum_{i=1}^{n_g} W(x - x_i) G(x_{Qi}) |J_{ik}^D| \quad (1.22)$$

où  $G$  est une Fonction dans un domaine  $\Omega$ ,  $n_c$  est le nombre de cellules,  $n_g$  points de Gauss utilisés pour la pondération,  $\Omega_k$  est la  $k^{\text{ème}}$  cellule du domaine, et  $J_{ik}^D$  est la matrice Jacobienne de la cellule  $k$  pour laquelle  $x_{Qi}$  est son  $i^{\text{ème}}$  point de Gauss.

### I.2.3. Méthodes discrètes

#### I.2.3.1. La dynamique moléculaire des sphères déformables « molles »

Depuis les années 70 jusqu'à nos jours, cette méthode est très utilisée. Elle a été développée par Cundall et ses coéquipiers dans le but d'étudier les problèmes liés à la mécanique des roches (Cundall et Strack (1979)). Elle est inspirée des travaux d'Adler et Wainwright sur la physique des gaz de sphères dures (Adler et Wainwright 1957, 1959). Elle est nommée méthode des « sphères molles ». Aujourd'hui, cette technique est devenue un outil de calcul très puissant et intéressant pour des domaines de la physique et de l'ingénierie.

Cette méthode est utilisée dans le domaine de la simulation du comportement des matériaux granulaires. Le code de calcul PFC3D utilisé pour notre travail que nous détaillerons dans le paragraphe I.3 est basé sur cette méthode.



### 1.2.3.2. Discontinuous deformation analysis (DDA)

La technique DDA, est une méthode numérique développée pour modéliser le comportement des matériaux discontinus, tels que les massifs rocheux fracturés (Shi 1988 citée par Lanru et ove (2007)). Elle intègre la dynamique, la cinématique, et la déformation élastique d'un bloc. Ainsi, elle modélise les déplacements réels de blocs individuels en contact. La méthode DDA est similaire à la méthode DEM pour un milieu granulaire. Cependant, cette méthode est basée sur un algorithme différent de la DEM. Il s'agit d'une méthode implicite dans laquelle les déplacements restent inconnus pour la solution. L'interaction entre les blocs est simulée par des ressorts alors le système d'équations simultanées est obtenu en minimisant l'énergie potentielle totale du système.

#### 1.2.3.2.1. Equations d'équilibre et minimisation de l'énergie potentielle

Pour un système constitué de blocs soumis à des sollicitations (externes et internes), l'énergie totale est constituée de l'énergie potentielle due aux chargements externes, de la déformation interne des blocs (énergie de déformation), de l'énergie cinétique liée à la masse de blocs, et de l'énergie dissipée dans le système. La minimisation de l'énergie du système produira une équation du mouvement du système.

Soit  $E_{pi}$  l'énergie potentielle,  $E_c$  l'énergie cinétique et  $E_d$  l'énergie dissipée dans le système, alors l'énergie totale d'un système de blocs sous sollicitations internes et/ou externes est donnée par :

$$E_T = \left( \sum_{i=1}^N E_{pi} \right) + E_c + E_d \quad (1.23)$$

La minimisation de l'énergie totale s'écrit :

$$\frac{\partial E_T}{\partial d} = \left( \left( \sum_{i=1}^N \partial E_{pi} \right) + \partial E_c + \partial E_d \right) / \partial \{d\} = 0 \quad (1.24)$$

où  $\{d\}$  est le vecteur déplacement. L'équation (1.24) produit un faible équilibre qui décrit le mouvement ou la déformation des blocs dans le système. La différenciation est effectuée séparément pour l'énergie des mécanismes individuels produisant ainsi des équations locales de mouvement due à ces mécanismes. La première étape de la minimisation de l'énergie est de définir la fonction d'énergie ( $E_T$ ) en fonction du

vecteur de déplacement nodal ( $d_i$ ) d'un bloc  $i$  pour une énergie spécifique liée à un mécanisme de sollicitations. La minimisation de l'énergie  $\frac{\partial E_T}{\partial d} = 0$  nous donne ;

-Pour un seul bloc  $i$  :  $k_{ii}d_i + f_i = 0$

-pour deux blocs  $i$  et  $j$  en contact : 
$$\begin{cases} (k_{ii} + k_{ij})d_i + f_i = 0 \\ (k_{ji} + k_{jj})d_j + f_j = 0 \end{cases}$$

-et pour  $N$  blocs constituant le système :

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1N} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{N1} & k_{N2} & \dots & k_{NN} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_N \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_N \end{Bmatrix}$$

La forme générale est :  $[K]\{D\} = \{F\}$  (1.25)

où  $[K]$  est la matrice de rigidité globale du système.

#### 1.2.3.2.2. Détection de Contacts

La détection des contacts dans un domaine discrétisé est la partie la plus importante dans la DDA. Cette dernière utilise une approche de pénalité-conainte dans laquelle le contact est supposé rigide. Ainsi l'interpénétration des blocs n'est pas autorisée. Il existe plusieurs méthodes pour l'application de la condition de pénalité-conainte à un système de blocs, la méthode du multiplicateur de Lagrange, et la méthode du Lagrangien modifiée. (Shi (1988)) a utilisé la méthode de pénalité dans le texte original de la DDA et (Lin *et al.* (1996)) a mis en œuvre la méthode de Lagrangien modifiée.

Dans la méthode de pénalité, lorsque deux blocs se recouvrent, une pénalité-conainte est appliquée par le procédé d'une formule numérique de pénalité analogue aux ressorts rigides au niveau des contacts pour empêcher l'interpénétration. En calcul, on ajoute une pénalité (généralement une grande valeur) sur les conditions de contact dans les équations globale du système. A chaque itération de pas de temps de calcul, les équations du système sont résolues de façon répétée par l'ajout et la suppression des

ressorts-contacts (valeurs de pénalité) jusqu'à l'obtention de la convergence de la solution. Cette procédure est connue sous le nom itérations d'ouverture-fermeture.

La détection des contacts dans la DDA est réalisée sur la base de la plus petite distance entre deux blocs contigus. Si les deux blocs sont très proches à l'instant « t » alors ils rentreront en contact au pas de temps du calcul suivant. En deux dimensions, si deux blocs i et j de formes géométriques quelconques séparés par une distance  $\delta_{ij}$  qui est définie comme la distance minimale entre deux points,  $p_1(x_1, y_1)$  appartenant au bloc i et  $p_2(x_2, y_2)$  appartenant au bloc j, alors cette distance s'écrit:

$$\delta_{ij} = \min \left( \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \right) \quad (1.26)$$

avec  $\delta_{ij} < 0$  les deux blocs sont en contact, et  $\delta_{ij} > 0$  les deux blocs sont séparés (pas de contact). L'incrément de déplacement maximal résultant est donné par :

$$\Lambda = \max \left( \sqrt{\Delta u_x^2(x, y) + \Delta u_y^2(x, y)} \right) \quad (1.27)$$

où  $\Delta u_x^2$  et  $\Delta u_y^2$  sont les composantes de l'incrément de déplacement d'un point (x,y).

Le pas de temps dans la DDA, est choisi de façon à ce que les déplacements des blocs dans le système  $\delta_{ij} < 2\Lambda$ .

#### 1.2.3.2.3. Limite de la méthode DDA

Les limites de cette méthode reportées dans (Lin *et al.* (1996)) sont :

- Problèmes de détections de contacts pour certaines formes géométriques.
- La solution dépend de la valeur de la pénalité choisie.

Cette approche de pénalité « p » satisfait approximativement la condition contrainte-contact. Si la valeur de p est trop petite, la distance de recouvrement devient très grande ce qui signifie que les contraintes sont mal calculées. Cependant, pour des valeurs très grandes de p, la solution des équations du système ne converge pas et le calcul des forces de contact et les déplacements ne sont pas réels.

### ***1.2.3.3. La méthode d'Event-Driven***

La méthode Event-Driven de la famille Non-Smooth est une méthode basée sur les événements. Elle est surnommée aussi Inelastic Hard-sphere. Elle prend en considération le contact entre deux corps rigides (sphères ou cercles) comme étant binaire et instantané, et n'intègre pas un pas de temps. Elle est avantageuse en gain de temps pour des milieux dilués et devient inadaptée dans le cas de systèmes denses où les interactions de contact sont fréquentes. En effet, d'une part le temps de calcul s'accroît considérablement à cause du nombre élevé de contacts à résoudre et d'autre part la méthode n'est pas prévue pour gérer plusieurs contacts simultanés (accumulation d'impacts). Les frottements entre particules sont négligés.

### ***1.2.3.4. La dynamique des contacts***

La dynamique des contacts est une technique mise au point en 1980 par Moreau et Jean (Moreau (1988) ; Jean et Moreau (1992)). Elle permet de traiter des ensembles de particules rigides, frottantes et inélastiques. Les particules sont considérées comme indéformables et les forces sont calculées en appliquant la loi de Coulomb. Elle représente une alternative intéressante à la dynamique moléculaire de sphères molles en termes de gain de temps. Cette méthode utilise un pas de temps considérablement grand par rapport à la méthode dynamique moléculaire. Dans l'analyse des milieux granulaires, cette technique s'applique parfaitement dans le cas statique (Radjai *et al.* (1996)), quasi-statique et dynamique (Staron (2002)). Cependant, cette méthode n'est pas encore couplée à un calcul fluide.

## **1.2.4. Méthodes des automates cellulaires**

L'origine de cette dernière remonte aux années quarante et au mathématicien Stanislas Ulam. Il s'est intéressé dans son travail à l'évolution, dans un espace en 2D divisés en cellules, de constructions géométriques engendrées par des règles simples. Chaque cellule peut avoir deux états (allumé ou éteint). L'état de la cellule au pas de calcul suivant dépendait des cellules voisines.

Dans la suite, on présente deux grandes familles, LGA et LBM, utilisent les cellules comme domaine d'écoulement.

#### **1.2.4.1. Méthode de gaz sur réseaux (LGA)**

Hardy *et al.* (1973) sont les premiers qui ont développé cette méthode pour étudier numériquement les écoulements de fluide. En effet, le fluide et les particules sont modélisés par des points discrets qui peuvent se déplacer entre les nœuds - arêtes des cellules. En chaque itération de calcul, l'automate cellulaire procède à deux étapes :

- Les points possédant une vitesse non nulle peuvent se déplacer vers les nœuds voisins selon leur état d'occupation.
- Si un ensemble de point se concourent sur un nœud, leur nouvelle direction est calculée par les règles de collisions. Dans cette étape, la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie sont respectées.

#### **1.2.4.2. Lattice Boltzmann Method (LBM)**

La méthode LBM est issue de la méthode LGA, qui peut être considérée comme une méthode simplifiée de la dynamique moléculaire fictive. En effet dans la présente méthode l'espace, le temps, les vitesses et le nombre de particules à un instant donné en un point donné sont discrets. Par exemple, dans un modèle 2D composé de cellules triangulaires, chaque nœud du réseau est connecté à ses voisins par 6 directions de vitesses. Si un nœud contient une particule donc aura une valeur de 1 pour nœud allumé et 0 pour un nœud fermé qui ne contient aucun point. Cette méthode intègre une fonction de densité de probabilité.

Au cours de ces dernières années, cette méthode est utilisée pour la résolution des écoulements fluides (Hill *et al.* (2001a, 2001b) ; Van der Hoef *et al.* (2005)), de fluidisation et de sédimentation de particules (Beetstra *et al.* (2007))...

### **I.3. Choix de la méthode du couplage CFD-DEM utilisée dans notre travail**

#### **I.3.1. Introduction**

Parmi les méthodes présentées, on s'intéresse à la méthode des éléments distincts (DEM) qui a pour objet de modéliser un milieu granulaire sous forme d'individus de manière à obtenir un comportement collectif. La méthode des éléments distincts est utile pour l'étude des milieux granulaires (sols, roches, ouvrages construits en blocs,

écoulement des milieux granulaires, etc.), des milieux fracturés, des milieux denses (gel, boues ...), etc. Cette méthode est initialement développée par Cundall en 1971 dans le but d'analyser les problèmes de la mécanique des roches (Cundall et Stracks (1979)). Ces derniers ont repris cette approche pour l'appliquer à la mécanique des sols (Potyondy et Cundall (2004)), donnant naissance à deux codes BALL pour des éléments bidimensionnels de types cercles et TRUBALL pour éléments sphériques. Ces différentes évolutions ont mené Itasca Consulting group de s'y inspirer en donnant naissance aux Codes PFC<sup>2D</sup> et PFC<sup>3D</sup> (Particles Flow Code).

Le couplage avec le mouvement du fluide calculé par un code CFD est basé sur la méthode d'Interaction Fluide Structure (FSI). Cette dernière est définie comme la résolution d'un ensemble d'échanges entre la phase fluide et la phase solide (rigide ou déformable) dans un système d'étude discrétisé.

### I.3.2. Méthode des éléments distincts (DEM)

#### I.3.2.1. Cycle de calcul

Un cycle de simulation numérique est composé de trois étapes : la détection des contacts, la détermination des forces de contact et le calcul du mouvement des particules.

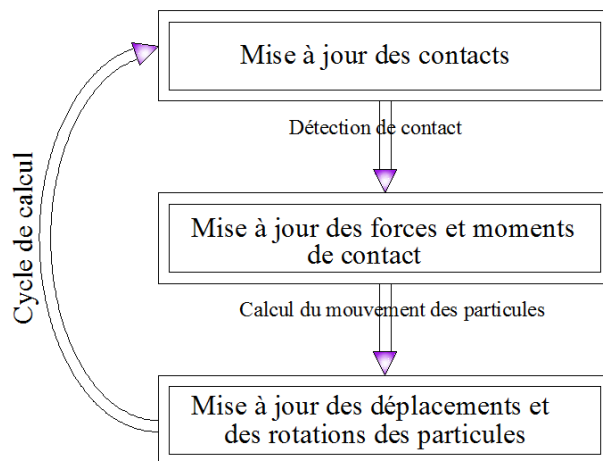


Figure I.6: Schéma du cycle de calcul sur PFC3D.

### 1.3.2.1.1. Détection de contact

L'objet de cette opération est d'identifier les paires de particules qui ont établi un nouveau contact. Par définition, deux particules sphériques, noté (1) et (2) sont en contact (Figure I.7) quand la distance  $d$  qui sépare leurs centres est inférieure ou égale à la somme des deux rayons, d'où :

$$d = \left| \mathbf{x}_i^{(2)} - \mathbf{x}_i^{(1)} \right| = \sqrt{\left( \mathbf{x}_i^{(2)} - \mathbf{x}_i^{(1)} \right) \left( \mathbf{x}_i^{(2)} - \mathbf{x}_i^{(1)} \right)} \leq r^{(1)} + r^{(2)} \quad (1.28)$$

Avec  $\mathbf{x}_i^{(1)}$  et  $\mathbf{x}_i^{(2)}$  représentent les vecteurs de position des sphères (1) et (2) respectivement.

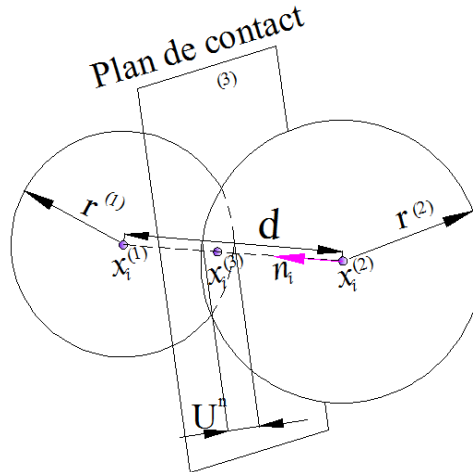


Figure I.7: Contact de type sphère-sphère

### 1.3.2.1.2. Détermination des forces de contact

La force de contact  $\mathbf{F}_i$  entre deux particules ou entre une particule et une paroi peut être décomposée en une composante normale et une composante tangentielle relativement au plan de contact :

$$\mathbf{F}_i = \mathbf{F}_i^n + \mathbf{F}_i^t \quad (1.29)$$

Le comportement constitutif d'un matériau est simulé dans PFC3D en associant un modèle de contact pour chaque point de contact. Les particules en contact peuvent être liées par des contacts de type colle (Contact Bond et Parallel Bond). Ces liaisons peuvent être détruites si les forces mises en jeu sont supérieures aux résistances fixées.

Par défaut, le code possède deux lois de contacts prédéfinies : une loi élastique linéaire et une loi élastique non linéaire de type Hertz-Mindlin. Si on considère deux particules sphériques rigides en contact (Figure I.7), la loi force-déplacement, dans le cas élastique linéaire, utilisée dans le cycle de calcul peut s'écrire :

$$\mathbf{F}_i^n = \mathbf{K}^n \mathbf{U}^n \mathbf{n}_i \text{ et } \Delta \mathbf{F}_i^t = -\mathbf{k}^t \Delta \mathbf{U}_i^t \quad (1.30)$$

où  $\mathbf{n}_i$  est le vecteur normal,  $\mathbf{F}_i^n$  et  $\mathbf{F}_i^t$  sont les forces de contact normale et tangentielle respectivement,  $\mathbf{U}^n$  est le déplacement relatif de contact dans la direction normale et  $\Delta \mathbf{U}_i^t$  est l'incrément de déplacement relatif de contact dans la direction tangentielle,  $\mathbf{K}^n$  est la raideur normale du contact et  $\mathbf{k}^t$  est la raideur tangentielle du contact. Ces raideurs de contact sont fonction des rigidités des deux particules (1) et (2) :

$$\mathbf{K}^n = \frac{\mathbf{K}_{(1)}^n \mathbf{K}_{(2)}^n}{\mathbf{K}_{(1)}^n + \mathbf{K}_{(2)}^n} \quad \text{et} \quad \mathbf{k}^t = \frac{\mathbf{k}_{(1)}^t \mathbf{k}_{(2)}^t}{\mathbf{k}_{(1)}^t + \mathbf{k}_{(2)}^t} \quad (1.31)$$

Pour le deuxième cas, la loi non linéaire est basée sur l'approximation de la théorie de Mindlin et Deresiewicz 1953 (itasca 2008). Le modèle est défini à partir de deux paramètres: le module de cisaillement  $G$  et le coefficient de poisson  $\nu$  des matériaux constitutifs des deux particules en contact. Dans ce cas, les équations (1.30) restent valables pour un contact non linéaire. Cependant, les raideurs normale et tangentielle au contact dépendent des caractéristiques physiques et des dimensions des particules en contact par les relations:

$$\mathbf{K}^n = \left( \frac{2 \langle G \rangle \sqrt{2R}}{3(1-\langle \nu \rangle)} \right) \sqrt{\mathbf{U}^n} \quad \text{et} \quad \mathbf{k}^t = \left( \frac{2 \left( \langle G \rangle^2 3(1-\langle \nu \rangle) R \right)^{1/3}}{2-\langle \nu \rangle} \right) |\mathbf{F}_i^n|^{1/3} \quad (1.32)$$

où  $R$ ,  $G$  et  $\nu$  sont données par les relations suivantes :

$$R = \frac{2r^{(1)} r^{(2)}}{r^{(1)} + r^{(2)}} \quad , \quad \langle G \rangle = \frac{1}{2} (G^{(1)} + G^{(2)}) \quad \text{et} \quad \langle \nu \rangle = \frac{1}{2} (\nu^{(1)} + \nu^{(2)}) \quad (1.33)$$

Dans la suite, seul le contact de type élastique linéaire sera utilisé. En plus de ces lois de contact un modèle de glissement est défini classiquement par un coefficient de frottement  $\mu_s$  (sans dimension), de type Coulomb. L'application de critère de



frottement est réalisée au moyen d'un test sur l'obliquité de la force de contact élastique obtenue par rapport à l'obliquité limite fixée par le coefficient de frottement interparticulaire  $\mu_s$ . Dans le cas où :

$$\frac{F^t}{F^n} < \mu_s \quad (1.34)$$

la valeur finale de  $F^t$  correspond à la valeur obtenue élastiquement. Par contre, si le critère est atteint lors de la phase élastique du calcul, soit :

$$\frac{F^t}{F^n} \geq \mu_s \quad (1.35)$$

Alors la valeur finale de  $F^t$  est prise égale à la valeur maximale :

$$\frac{F^t}{F^n} = \mu_s \quad (1.36)$$

#### 1.3.2.1.3. Détermination des forces de contact

Les calculs exécutés dans la DEM alterne l'application de la seconde loi de Newton pour les particules et une loi de force-déplacement aux niveaux des contacts. La loi de Newton est utilisée pour déterminer le déplacement de chaque particule à partir de la force de contact, alors que la loi de force-déplacement est utilisée pour incrémenter les forces de contact résultant du mouvement relatif de chaque contact.

Chaque particule d'un milieu granulaire est gouvernée par une loi de mouvement de Newton et d'Euler de la manière suivante :

$$m\ddot{x}_i = \sum F_i + mg_i \quad \text{où } i=1,2,3 \text{ en 3D} \quad (1.37)$$

$$I\dot{\omega}_i = \sum M_i \quad (1.38)$$

où  $m$  est la masse d'une particule,  $I$  son moment d'inertie,  $F$  la force agissante sur la particule et  $g$  la gravité.

Le mouvement en translation du centre de masse de la particule est décrit en fonction de sa position «  $x_i$  », de sa vitesse «  $\dot{x}_i$  », et de son accélération «  $\ddot{x}_i$  »; le mouvement de rotation de la particule est traduit en terme de sa vitesse angulaire

«  $\omega_i$  », et de son accélération angulaire «  $\dot{\omega}_i$  ». Pour un élément sphérique de rayon  $r$  dont la masse est distribuée uniformément dans son volume, l'équation (1.38) peut s'écrire :

$$I\dot{\omega}_i = \left(\frac{2}{5} mr^2\right)\dot{\omega}_i \quad (1.39)$$

Pour résoudre les équations du mouvement (1.37) et (1.38) par la DEM, PFC3D intègre un schéma centré en différences finies dont le pas de temps est  $\Delta t$ . Les équations peuvent s'écrire sous la forme suivante :

$$\ddot{x}_i^{(t)} = \frac{1}{\Delta t} \left( \dot{x}_i^{(t+\frac{\Delta t}{2})} - \dot{x}_i^{(t-\frac{\Delta t}{2})} \right) \quad (1.40)$$

$$\dot{\omega}_i^{(t)} = \frac{1}{\Delta t} \left( \omega_i^{(t+\frac{\Delta t}{2})} - \omega_i^{(t-\frac{\Delta t}{2})} \right) \quad (1.41)$$

Si on remplace ces termes dans les équations (1.37) et (1.38), on obtient les vitesses à l'instant  $(t + \Delta t/2)$  donc :

$$\dot{x}_i^{(t+\frac{\Delta t}{2})} = \dot{x}_i^{(t-\frac{\Delta t}{2})} + \left( \frac{\sum F_i^{(t)}}{m} + g_i \right) \Delta t \quad (1.42)$$

$$\omega_i^{(t+\frac{\Delta t}{2})} = \omega_i^{(t-\frac{\Delta t}{2})} + \left( \frac{\sum M_i^{(t)}}{I} \right) \Delta t \quad (1.43)$$

Et puisque les vitesses de la particule sont calculées au centre du pas temps, on obtient :

$$\dot{x}_i^{(t+\frac{\Delta t}{2})} = \frac{1}{2} \left( \dot{x}_i^{(t)} + \dot{x}_i^{(t+\Delta t)} \right) \quad (1.44)$$

$$\omega_i^{(t+\frac{\Delta t}{2})} = \frac{1}{2} \left( \omega_i^{(t)} + \omega_i^{(t+\Delta t)} \right) \quad (1.45)$$

Finalement, les équations (1.44) et (1.45) sont utilisées pour déterminer la nouvelle position du centre de masse de la particule :

$$x_i^{(t+\Delta t)} = x_i^{(t)} + \dot{x}_i^{(t+\frac{\Delta t}{2})} \Delta t \quad (1.46)$$

$$\omega_i^{(t+\Delta t)} = \omega_i^{(t)} + \dot{\omega}_i^{(t+\frac{\Delta t}{2})} \Delta t \quad (1.47)$$

Les valeurs de  $F_i^{(t+\Delta t)}$  et de  $M_i^{(t+\Delta t)}$  pour chaque particule qui seront utilisées au cycle suivant sont obtenues à partir du bilan de forces du mouvement.

### ***1.3.2.2. Amortissement***

De part le caractère dynamique de la méthode (DEM), son application à des écoulements en régime permanent peut être accompagnée de phénomènes dynamiques parasites uniquement dus à la méthode elle-même. Dans la modélisation, l'énergie se dissipe uniquement par frottement et ce mécanisme n'est pas toujours suffisant pour atteindre un état d'un milieu stabilisé physiquement représentatif en un nombre de cycles de calcul raisonnable.

Pour pallier cette difficulté, Cundall préconise l'emploi d'un amortissement local non visqueux qui permet une dissipation d'énergie par un amortissement effectif des équations de mouvement. Les forces et les moments d'amortissement s'opposent au déplacement en translation et à la rotation de chaque particule. Ces amortissements sont ajoutés aux équations (1.37) et (1.38):

$$m(\ddot{x}_i - g_i) = \sum F_i + F^a \quad (1.48)$$

$$I\dot{\omega}_i = \sum M_i + M^a \quad (1.49)$$

avec :

$$F^a = -\alpha \sum F_i \quad (1.50)$$

$$M^a = -\alpha \sum M_i \quad (1.51)$$

L'amplitude d'amortissement est contrôlée par la constante d'amortissement ( $\alpha$ )

### ***1.3.2.3. Le pas de temps critique***

La méthode (DEM) étant une méthode explicite par rapport au temps, le choix du pas de temps est fondamental pour assurer la stabilité numérique de la simulation ainsi que sa précision et son efficacité. La solution numérique produite par les équations ((1.42) à (1.45)) demeure stable seulement si on impose un pas de temps largement

inférieur au pas de temps de calcul critique qui est relié à la fréquence propre du système total d'étude.

Sur PFC3D, il existe une procédure simple pour définir le pas de temps critique au début de chaque cycle de calcul. Ce pas de temps, qui dépend essentiellement de la rigidité et de la masse de la sphère, est donné par :

$$t_{\text{crit}} = \begin{cases} \sqrt{m/k} & \text{en translation} \\ \sqrt{I/k} & \text{en rotation} \end{cases} \quad (1.52)$$

Le pas de temps utilisé généralement est :

$$\Delta t = \frac{t_{\text{crit}}}{10} \quad (1.53)$$

Il est clair que pour réduire le temps de calcul (c'est-à-dire augmenter le pas de temps), il est nécessaire de choisir des raideurs de contact plus petites, ou d'augmenter la masse des particules. Les raideurs de contact sont fonction du matériau pris en compte, d'autre part, il est nécessaire que la raideur ne soit pas trop faible afin d'éviter des interpénétrations au contact trop importantes vis-à-vis des dimensions des particules.

### **I.3.3. La méthode CFD**

#### ***I.3.3.1. Les équations de base d'écoulement de fluide***

Les lois de conservation prises en compte dans CFD sont la conservation de la masse et de la quantité de mouvement. Le principe de la CFD est de considérer un volume fini de contrôle  $\Omega$  limité par une surface de contrôle  $S$  (Figure I.8). Ce volume peut être fixé dans l'espace comme il peut être en mouvement. Les équations de base d'écoulement de fluide obtenues par les principes fondamentaux de la physique sur un volume fini de contrôle sont écrites sous forme intégrale. Ces formes d'équations peuvent être manipulées indirectement pour obtenir équations aux dérivées partielles (EDP).

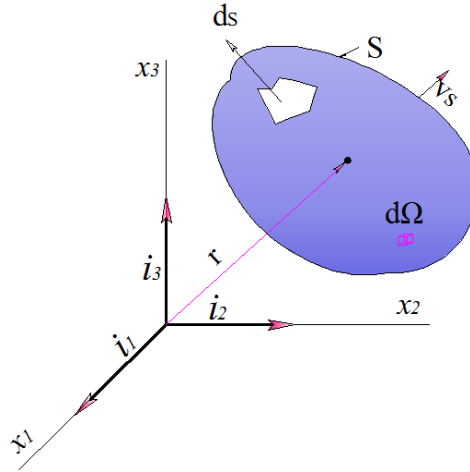


Figure I.8: Volume fini de contrôle.

### ***1.3.3.2. Conservation de la masse d'un fluide – application au cas du fluide contenu dans un domaine poreux***

L'équation de conservation de la masse ou de continuité exprime le fait que la masse se conserve dans tout écoulement. Considérons un volume de contrôle de forme quelconque et de taille finie. Ce volume est fixé dans l'espace appartenant à la surface de contrôle (Figure I.8). Un fluide se déplace à travers ce volume fini, en traversant la surface  $S$ . En un point de cette surface, si la vitesse du fluide est  $\vec{v}$ , le vecteur élémentaire de surface est  $d\vec{s}$  et le volume élémentaire est  $d\Omega$  appartenant au volume fini de contrôle  $\Omega$ , on a :

$$\frac{DM(t)}{Dt} = 0 \text{ avec } M(t) = \int_{\Omega} \rho_f d\Omega \quad (1.54)$$

alors,

$$\frac{DM(t)}{Dt} = \int_{\Omega} \left\{ \frac{D\rho_f}{Dt} + \rho_f \text{div} \vec{v} \right\} d\Omega = \int_{\Omega} \left\{ \frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \text{div}(\rho_f \vec{v}) \right\} d\Omega = 0 \quad (1.55)$$

Puisque ces relations sont vérifiées dans tout volume de contrôle, on peut appliquer les équations aux dérivées partielles :

$$\frac{d\rho_f}{dt} + \rho_f \text{div} \vec{v} = \frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \text{div}(\rho_f \vec{v}) = 0 \quad (1.56)$$

La forme conservative est alors :

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \text{div}(\rho_f \vec{v}) = 0 \quad (1.57)$$

Lorsque le fluide est contenu dans un domaine poreux de porosité  $\varepsilon$ , l'équation de continuité prend la forme suivante dans le cas de fluide incompressible :

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \rho_f \varepsilon d\Omega + \int_S \rho_f \varepsilon \vec{v} \cdot d\vec{s} = 0 \quad (1.58)$$

Le terme de la porosité intégré dans l'équation (1.58) permet de ne prendre en compte que la phase fluide.

### ***1.3.3.3. Conservation de la quantité de mouvement – application au cas du fluide contenu dans un domaine poreux***

Par l'application de la seconde loi de Newton au volume de contrôle  $\Omega$ , l'équation ci-après est connue sous le nom d'équation de mouvement de Cauchy. L'équation de conservation du mouvement pour un fluide Newtonien s'écrit :

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \rho_f \varepsilon \vec{v} d\Omega + \int_S \rho_f \varepsilon \vec{v} \vec{v} \cdot d\vec{s} = \int_S \vec{T} \cdot d\vec{s} + \int_{\Omega} \vec{f}_b d\Omega \quad (1.59)$$

Où  $\vec{T}$  est le tenseur des contraintes visqueuses,  $\vec{f}_b$  est la force extérieure par unité de volume. Utilisant la loi de Stokes, le tenseur de Cauchy devient :

$$\vec{T} = 2\mu \vec{D} - p\vec{I} - \frac{2}{3}\mu \vec{I} \quad (1.60)$$

Où  $\mu$  est la viscosité dynamique du fluide,  $p$  la pression,  $\vec{I}$  est un tenseur unité,  $\vec{D}$  est le tenseur des taux de déformations qui s'écrit :

$$\vec{D} = \frac{1}{2} \left[ \vec{\nabla} \vec{v} + \left( \vec{\nabla} \vec{v} \right)^T \right] \quad (1.61)$$

Pour un fluide incompressible, la viscosité reste constante alors l'équation de continuité (1.58) devient :

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\varepsilon \vec{v}) = 0 \quad (1.62)$$

Si on remplace l'équation (1.62) dans l'équation (1.60) on obtient :

$$\vec{T} = 2\mu \vec{\nabla} \vec{v} - p\vec{I} - \frac{2}{3}\mu \left( \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \right) \vec{I} \quad (1.63)$$

Le troisième terme à droite de l'équation (1.63) désigne la perte par effet visqueux associé au mouvement de fluide durant la variation de porosité. Ce terme n'est pas pris

en compte dans le code FINAS. En retirant ce terme de l'équation (1.63) et par l'application des équations aux dérivées partielles à (1.59), on obtient l'équation de Navier-Stokes modifiée par le terme de porosité comme suit :

$$\rho_f \frac{\partial \varepsilon \vec{v}}{\partial t} + \rho_f \vec{v} \cdot \nabla (\varepsilon \vec{v}) = -\varepsilon \nabla p + \mu \nabla^2 (\varepsilon \vec{v}) + \vec{f}_b \quad (1.64)$$

où  $\rho_f$ ,  $\mu$  et  $v$  représentent la masse volumique, la viscosité et la vitesse du fluide respectivement,  $\nabla p$  est le gradient de pression entre deux mailles voisines.

### 1.3.4. Mise en œuvre du couplage CFD-DEM

Le terme de porosité est ajouté aux équations du fluide (équation de Navier-Stokes (1.64) et équation de continuité(1.62)) pour prendre en considération la présence des particules dans chaque maille. En pratique, le code FINAS résout l'équation (1.64) pour un domaine d'écoulement de fluide incompressible discrétisé en 3D comprenant des mailles tétraédriques ou hexaédriques. Alors, le couplage est un ensemble d'informations inter-échangées entre un code PFC3D basé sur la méthode DEM, pour la résolution des équations de mouvement de particules, et le code FINAS.

#### 1.3.4.1. Termes de couplage

Le couplage s'effectue par la récupération et l'envoi de la correction de la porosité et de la force  $\vec{f}_b$ , de l'équation (1.64), moyennée en chaque maille. Cette force  $\vec{f}_b$  est le résultat des forces appliquées localement à chaque particule :

$$\vec{f}_b^i = \frac{\sum_{j=1}^N \vec{f}_D^j}{\Omega_i} \quad (1.65)$$

où  $j$  dénote le numéro de la particule dans un volume  $\Omega$  de la maille «  $i$  » du domaine fluide contenant  $N$  nombre de particules.

Pour que PFC3D prenne en compte l'effet du fluide sur chaque particule, l'équation (1.37) prend une forme suivante :

$$m \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = \vec{f}_{\text{mécanique}} + \vec{f}_{\text{fluide}} + m\vec{g} \quad (1.66)$$

où  $u$  est la vitesse la particule,  $\vec{f}_{\text{fluide}}$  est la force totale du fluide agissante sur une particule. Cette force est formée par : une force de traînée et une force due au gradient de pression.

$$\vec{f}_{\text{fluide}} = \vec{f}_D + \frac{4}{3} \pi r^3 (\vec{\nabla} p - \rho_f \vec{g}) \quad (1.67)$$

avec :

$$f_D = f_{D0} \varepsilon^{-\chi} \quad (1.68)$$

où  $f_{D0}$  de l'équation (1.68) est la force de traînée appliquée sur une particule de rayon  $r$  dans un milieu infini :

$$f_{D0} = \frac{1}{2} \rho C_D \pi r^2 U^2 \quad (1.69)$$

Cette force  $f_{D0}$  devrait être déterminée sur la base d'une particule individuelle. Elle dépend de la vitesse relative du fluide ( $U = u - v$ ).

L'équation (1.68) est appliquée pour des particules fixes ou en suspension ; elle tient compte de la porosité et elle s'applique pour différents nombres de Reynolds particulières (Di Felice (1994) ; Di Felice (1995) ; Xu et Yu. (1997) ; Itasca (2008)). Le terme  $\chi$  de l'équation (1.68) est un facteur empirique de correction de porosité donné par Di Felice (Di Felice 1994), soit:

$$\chi = 3.7 - 0.65 \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( 1.5 - \log_{10} (\text{Re}_p) \right)^2 \right] \quad (1.70)$$

Alors, le coefficient de traînée d'une particule isolée est celui de Dallavalle (1948). Ce coefficient est exprimé par:

$$C_D = \left( 0.63 + \frac{4.8}{\sqrt{\text{Re}_p}} \right)^2 \quad (1.71)$$

où le nombre de Reynolds particulaire est défini par :

$$\text{Re}_p = \frac{2r\rho U}{\mu} \quad (1.72)$$



#### ***1.3.4.2. Cycle de calcul***

Au premier pas de temps de calcul, FINAS envoie une force  $\vec{f}_p$  nulle, les champs de vitesse et de pression dans chaque maille ainsi que le volume de chaque maille du domaine fluide. Au même pas de temps, PFC3D reçoit l'ensemble des informations concernant les mailles du fluide par le biais de CCFD, et calcule par conséquent la porosité de chaque maille. Pour le même pas de temps, PFC3D effectue un cycle de calcul afin de résoudre l'équation (1.67) de mouvement de chaque particule et de calculer aussi la nouvelle porosité pour les renvoyer au code FINAS. Au pas de temps suivant, FINAS prend en considération cette nouvelle porosité et la force des particules agissant sur le fluide dans chaque maille pour résoudre l'équation (1.64). Cet échange s'effectue de manière itérative et en boucle jusqu'à la fin du temps de calcul défini sur FINAS.

#### ***1.3.4.3. Calcul de la porosité***

Le CCFD possède trois options pour calculer la porosité de chaque maille d'un domaine fluide :

- La méthode centroïde : l'activation de cette option permet de considérer que le centre de la particule est superposé avec le centre de la maille si la particule est totalement dans la maille.
- La méthode polyèdre : cette méthode représente la particule par un cube de même taille. Le calcul de la porosité s'effectue par l'intersection du volume de la particule avec le volume de la maille.
- La méthode expérimentale : cette méthode donne un calcul approximatif de la porosité par l'intersection d'une particule sphérique avec la face des mailles contiguës qui l'entourent.

La porosité minimale que CCFD peut accepter est de l'ordre 0.15. En dessous de cette valeur, le couplage ne peut pas être effectué. Dans nos calculs, nous avons choisi la deuxième option (polyèdre) pour le calcul de la porosité.

#### ***1.3.4.4. Le pas de temps de couplage***

Le pas de temps ( $\Delta t_{\text{couplage}}$ ) doit être suffisamment petit afin d'avoir une bonne résolution d'un couplage solide-fluide. Ce pas de temps doit respecter la condition suivante :

$$\Delta t_{\text{couplage}} < \frac{3\delta_{\text{CFD}}}{|\vec{u}|} \quad (1.73)$$

où  $\delta_{\text{CFD}}$  est la longueur minimale d'une maille appartenant à un domaine fluide.

## **Chapitre II. Déplacement de particules solides dans un milieu poreux saturé**



## II.1. Introduction

Comme cela a été signalé en introduction générale, le transport de particules dans les matériaux poreux est rencontré dans de nombreux domaines du génie civil : érosion interne des sols, infiltration de colloïdes dans les milieux naturels ou remaniés, la pollution et la dépollution des sols, infiltration de particules solides dans les chaussées drainantes pouvant provoquer leur colmatage, injection de coulis, épuration des eaux, ou dans d'autres applications du génie de procédé tels que les procédés de séparation ou de filtration.

Le transport de particules dans un milieu poreux s'accompagne de phénomènes physico-chimiques nombreux et complexes. Il est nécessaire de limiter ces phénomènes en se plaçant dans les conditions particulières qui nous permettent de négliger les forces physico-chimiques.

Dans le but de comprendre les mécanismes qui engendrent des effets ayant lieu à l'échelle macroscopique, comme la rupture d'un massif de sol, colmatage de matériaux poreux tels que les chaussées drainantes, il est parfois nécessaire de recourir à des analyses de comportement à l'échelle des particules. En effet, selon Frey *et al.* (1999), pour les particules au dessus de 10  $\mu\text{m}$ , les forces hydrodynamiques, d'inertie et de gravité sont dominantes par rapport aux forces physico-chimiques. A cet égard, notre objectif dans ce travail est d'étudier le comportement du transport des particules dans un milieu poreux saturé, à l'échelle des pores, par une méthode expérimentale et de mener une étude numérique dans ces mêmes conditions expérimentales avec deux codes couplés : le premier PFC3D traite le milieu granulaire, le deuxième FINAS étudie l'écoulement du fluide.

Cependant, durant l'écoulement d'une suspension de particules dans un milieu poreux, le transport des particules ou leur rétention sont dus à plusieurs effets qui dépendent de paramètres tels que :

- pour les particules : la forme, la surface spécifique, la taille (Ghidaglia (1994)), la rugosité, la densité, le type de matériau, etc.,

## II.2. Etude Bibliographique

Le transport de particules solides dans un milieu poreux et le dépôt de ces particules sur les parois entourant les pores ont un grand intérêt théorique, et industriel. L'interaction entre les particules en dépôt et les parois du milieu filtrant est très complexe (Tien et Ramarao (2007)). Cet effet mène parfois à un colmatage du milieu filtrant. Par conséquent, il se produit une réduction du vide des pores réservé au passage de fluide qui a pour conséquence la variation de la perméabilité et la déviation des lignes de courants. En effet, la réduction de la perméabilité due à l'accumulation de particules fines peut se produire selon deux mécanismes différents :

- la taille des particules est plus grande que la taille d'un pore présent dans le milieu poreux, ce qui provoque une réduction de la section dédiée à l'écoulement du fluide ;
- la taille des particules est petite devant la taille des pores, et une accumulation en masse par dépôt de particules sur les parois des pores se produit ce qui entraîne la réduction graduelle du diamètre des pores.

Dans le cas des sols naturels, le deuxième mécanisme est le plus souvent rencontré. Ils existent plusieurs forces agissantes entre les particules et le milieu poreux. Ces forces incluent la gravité, l'inertie, l'hydrodynamique, les forces électriques doubles couches et les forces de Van der Waals.

Il existe deux approches théoriques pour la détermination du dépôt sur les parois des grains : Eulérienne et Lagrangienne.

Dans la littérature, la filtration en profondeur a été analysée selon plusieurs modèles (pour plus de détail voir l'article de Rege et Fogler (1998)) :

- Modèle empirique (phénoménologique) proposé par (Herzig *et al.* (1970)).
- Modèle d'analyse de trajectoire (Payatakes *et al.* (1973)) de chaque particule individuelle autour de la surface extérieure du grain du milieu poreux. Ce grain peut avoir la forme d'une fibre (tige) cylindrique ou d'une sphère. La trajectoire est calculée par rapport aux lignes de courant et par la combinaison de l'effet de plusieurs forces (de gravité, d'inertie, hydrodynamique, physico-chimique) sur chaque particule.

- Modèle stochastique basé sur la description probabiliste de la filtration simulant le colmatage progressif dans un milieu poreux ;
- Modèle de réseaux, dans lequel le squelette du milieu poreux est représenté par un réseau de canaux cylindriques interconnectés de tailles différentes, ou un réseau de tubes-boules interconnectés.

Un progrès de recherche est remarqué lors de la compréhension du phénomène de filtration. Les premiers travaux de filtration sur une matrice de cylindres parallèles ont été menés par Fuchs et Stechkina 1963 (cité par Yoshida et Tien, 1985). Une structure périodique formée de cylindres permet de simplifier l'analyse théorique de la filtration et permet, aussi, de reprendre facilement la géométrie sur des essais expérimentaux et/ou numériques. Un autre avantage de ce modèle de filtration est qu'il donne accès direct à la visualisation et à l'analyse dans le pore (entre deux cylindres voisins).

Dans cette recherche bibliographique, on ne s'intéresse qu'aux forces de gravité, d'inertie et d'hydrodynamique. A ce stade, il est nécessaire de décrire les lois qui gouvernent le mouvement de particules sphériques dans un fluide Newtonien incompressible.

## **II.2.1. Interaction fluide-particules en suspension**

### ***II.2.1.1. Ecoulement autour d'une sphère fixe***

Le choix d'une géométrie simple telle qu'une géométrie sphérique apporte une meilleure compréhension et une analyse de l'ensemble des forces que subit cette sphère dans un fluide.

Si on considère un fluide Newtonien de densité  $\rho_f$  qui s'écoule autour d'une sphère fixe de rayon  $r$ , cette sphère résiste à la vitesse du fluide par une force de traînée. Cette dernière est à l'origine du frottement du fluide sur la surface totale de la sphère et de la différence de pression (entre l'amont et l'aval de la sphère).

La force de traînée exercée sur une sphère s'écrit :

$$\vec{f}_D = \frac{1}{2} C_D A_p \rho_f |\vec{U}| \vec{U} = \frac{1}{2} C_D \pi r^2 \rho_f |\vec{U}| \vec{U} \quad (2.1)$$

où  $C_D$  est le coefficient de traînée,  $A_p$  est la surface projetée de la sphère sur un plan perpendiculaire à la direction de l'écoulement,  $\vec{U}$  est le vecteur de la vitesse du fluide en amont de la sphère (cette vitesse peut correspondre à la vitesse relative). Le coefficient de traînée dépend de la vitesse relative de la particule, de la viscosité du milieu, de la géométrie de l'obstacle et de la rugosité de la surface de l'obstacle. Le nombre de Reynolds particulaire  $Re_p$  qui caractérise le coefficient de traînée, est défini par :

$$Re_p = \frac{2r\rho_f U}{\mu} \quad (2.2)$$

où  $\mu$  est la viscosité dynamique du fluide.

Il existe trois régimes d'écoulement pour une particule sphérique :

- Le régime laminaire ( $Re_p \ll 1$ ) : où les lignes de courant du fluide épousent la forme de la sphère, c'est-à-dire, les forces d'inertie sont négligeables devant les forces visqueuses. Stokes a dérivé la résistance totale d'une sphère à l'écoulement du fluide en négligeant les effets d'inertie. Selon Stokes la force de traînée s'écrit:

$$f_{Stokes} = 6\pi\mu r U \quad (2.3)$$

Le coefficient de traînée pour ce régime s'écrit:

$$C_D = \frac{24}{Re_p} \quad (2.4)$$

Oseen (1927) a étendu théoriquement la résolution de l'équation de Stokes pour tenir compte partiellement de l'effet des forces d'inertie. Il a obtenu l'expression suivante :

$$C_D = \frac{24}{Re_p} \left( 1 + \frac{3}{16} Re_p \right) \quad (2.5)$$

Clift *et al.* (1978) ont noté que la théorie d'Oseen n'est valide que pour un nombre Reynolds inférieur à 0.1. Il existe d'autres extensions de l'équation (2.5) pour prendre en compte l'effet d'inertie (Liao (2002)).

- Le régime intermédiaire ( $0.1 < Re_p < 1000$ ) (régime de transition) : pour lequel les forces d'inertie ne peuvent plus être ignorées. Le coefficient de traînée ne peut être



défini théoriquement, alors, il existe des approches pour la corrélation des données entre la vitesse et le coefficient de traînée (Tableau II.1, Tableau II.2).

- Le régime turbulent ( $Re_p > 1000$ ) ou le régime de Newton : le coefficient de traînée devient indépendant de la vitesse. Ce coefficient de traînée devient constant et prend une valeur proche de 0.44.

Au-delà du nombre de Reynolds 300000, la valeur du coefficient de traînée diminue brusquement de 0.42 à 0.07, à cause de la présence de tourbillons en aval de la sphère. Ceci, implique une diminution du frottement visqueux sur les parois de la sphère.

#### II.2.1.2. Particule sphérique en mouvement dans un milieu infini

Une particule en sédimentation sous l'effet de la gravité est soumise principalement aux forces de traînée et de flottabilité pour équilibrer la force d'inertie. L'équilibre des forces s'écrit :

$$\rho \Omega_p \frac{d\vec{U}}{dt} = \rho \Omega_p \vec{g} - \rho_f \Omega_p \vec{g} - \frac{1}{2} C_D A_p \rho_f |\vec{U}| \vec{U} \quad (2.6)$$

avec  $\rho$  la densité d'une particule de volume  $\Omega_p$ .

La solution de l'équation différentielle (2.6) prend les formes suivantes en régime de Stokes et en régime de Newton, respectivement (Peker *et al.* (2008)) :

$$U(t) = \frac{2(\rho - \rho_f) r^2 g}{9\mu} \left( 1 - \exp\left(-\frac{9\mu}{2\rho r^2} t\right) \right) \quad (2.7)$$

$$U(t) = \sqrt{\frac{2(\rho - \rho_f) \Omega_p g}{\rho_f A_p C_D}} \tanh\left(\sqrt{\frac{\rho_f (\rho - \rho_f) g A_p C_D}{2\rho^2 \Omega_p}} t\right) \quad (2.8)$$

Pour le cas d'une sphère dans le régime de Stokes, l'équation (2.6) devient :

$$\frac{4\rho\pi r^3}{3} \frac{d\vec{U}}{dt} + 6\pi\mu r \vec{U} = (\rho - \rho_f) \frac{4\pi r^3}{3} \vec{g} \quad (2.9)$$

Durant la sédimentation d'une sphère dans un fluide ( $\rho \gg \rho_f$ ), une accélération de la particule est constatée sous l'effet de la gravité puis atteint un équilibre caractérisé par une vitesse constante  $U_t$ . Cette vitesse prend les formes suivantes :

$$U_{t(\text{Stokes})} = \frac{2r^2(\rho - \rho_f)}{9\mu} g \quad (2.10)$$

$$U_{t(\text{Transition})} = \sqrt{\frac{8r(\rho - \rho_f)}{3\rho_f C_D}} g \quad (2.11)$$

$$U_{t(\text{Newton})} = 1.75 \sqrt{\frac{2r(\rho - \rho_f)}{\rho_f}} g \quad (2.12)$$

Dans la pratique, l'équation (2.11) couvre les deux régimes. Il n'est pas possible de résoudre cette équation (2.11) directement, puisque le coefficient de traînée est fonction de la vitesse terminale et du rayon de la particule. Beaucoup de chercheurs ont consacré des travaux pour donner des corrélations de la vitesse terminale  $U_t$  (Nguyen et al. (1997) ; Brown et Lowler (2003)). Ainsi, pour résoudre l'équation (2.11), par calcul itératif de minimisation d'erreur sur la vitesse, on choisit la formule qui donne  $C_D$  (Tableau II.1), ensuite on résout les équations (2.13) et (2.14) par un calcul itératif de minimisation d'erreur :

$$r^* = \left( \frac{3}{32} C_D \text{Re}_p^2 \right)^{1/3} = r \left( \frac{\rho_f (\rho - \rho_f) g}{\mu^2} \right)^{1/3} \quad (2.13)$$

$$U_t^* = \left( \frac{4}{3} \frac{\text{Re}_p}{C_D} \right)^{1/3} = \left( \frac{\rho_f^2}{(\rho - \rho_f) \mu g} \right) U_t \quad (2.14)$$

où  $r^*$  et  $U_t^*$  sont des paramètres adimensionnels qui représentent le rayon de la particule et sa vitesse terminale respectivement.

Auteurs	$Re_p$	Expressions	
Schiller et Nauman (1933)	$1 < Re_p < 800$	$C_D = \frac{24}{Re_p} (1 + 0.15 Re_p^{0.687})$	(2.15)
Dalavalle (1948)	$Re_p \leq 1 \times 10^5$	$C_D = \left( 0.63 + \frac{4.8}{\sqrt{Re_p}} \right)^2$	(2.16)
Turton et Levenspiel (1986)	$Re_p \leq 2.6 \times 10^5$	$C_D = \frac{24}{Re_p} (1 + 0.173 Re_p^{0.657}) + \frac{0.413}{1 + 16300 Re_p^{-1.09}}$	(2.17)
Brown et Lawler (2003)	$Re_p \leq 2 \times 10^5$	$C_D = \frac{24}{Re_p} (1 + 0.15 Re_p^{0.681}) + \frac{0.407}{1 + (8710 / Re_p)}$	(2.18)

Tableau II.1: corrélations du coefficient de traînée

On donne aussi quelques corrélations de la vitesse terminale adimensionnelle en fonction du rayon adimensionnel :

Auteurs	Expressions	
Nguyen <i>et al.</i> (1997)	$U_t^* = \frac{(2r^*)^2 / 18}{1 + \left( (2r^*)^3 / 96 \right) \left( 1 + 0.079 (2r^*)^{2.247} \right)^{-0.755}}$	(2.19)
Brown et Lawler (2003)	$U_t^* = \frac{(2r^*)^2 (22.5 + (2r^*)^{2.046})}{0.0258 (2r^*)^{4.046} + 2.81 (2r^*)^{3.046} + 18 (2r^*)^{2.046} + 405}$	(2.20)

Tableau II.2: corrélations de la vitesse terminale adimensionnelle en fonction du rayon adimensionnel.

Il est noté que l'apparition du terme  $(2r^*)$  dans les corrélations de (Nguyen *et al.* (1997) ; Brown et Lawler (2003)) vient de l'utilisation du diamètre  $(d^*)$  adimensionnel dans leurs formules.

Tout d'abord, une vérification de la limite de la loi de Stokes est nécessaire avant l'utilisation de ces corrélations. Le diamètre maximal de la limite de Stokes est donné par :

$$d_{\max} = \left( \frac{3.6\mu^2}{\rho_f (\rho - \rho_f) g} \right)^{1/3} \quad (2.21)$$

### II.2.1.3. Mouvement d'une particule sphérique près des parois

La présence d'une particule en mouvement près des parois d'un récipient quelconque peut créer un frottement visqueux entre la paroi et la sphère. Ce frottement peut ainsi, retarder son déplacement. Lorsque la particule s'approche d'une paroi, l'effet de ralentissement est quantifié par l'introduction dans l'équation du mouvement d'un facteur dit « facteur mur ;  $f_{\text{mur}}$  ». Ce facteur est défini par le rapport des vitesses près du mur et en milieu infini. Par conséquent, ce facteur dépend du nombre de Reynolds, et du rapport du diamètre de la particule et du diamètre ou la largeur du récipient selon qu'il s'agisse d'un tube ou d'une boîte ( $x = d / d_{\text{tube}}$ ).

Fidleris et Whitmore cités par (Di Felice (1996a)) avaient reporté l'effet du diamètre d'un tube sur la vitesse de sédimentation d'une sphère dans un intervalle de nombre de Reynolds entre 0.05 et 20000 et un rapport de diamètre entre 0 et 0.6. Ils avaient réalisé 3000 mesures expérimentales de la vitesse terminale en fonction de  $Re_p$ , illustrées sur la Figure II.1a. Pour des valeurs faibles de ( $x$ ), l'effet des parois est négligeable pour un nombre de Reynolds inférieur à 30. Les résultats obtenus par Fidleris et Whitmore (1961) sont en bon accord avec Di Felice (1996a). Ce dernier, a étendu le travail de Fidleris et Whitmore pour prendre en compte les effets des parois jusqu'à des valeurs du nombre de Reynolds de 10000, (Figure II.1b).

L'expression de Fidleris et Whitmore (1961) se présente comme suit :

$$f_{\text{mur}} = \frac{U_{\text{tmur}}}{U_t} = \left( \frac{1-x}{1-0.33x} \right)^\alpha \quad (2.22)$$

où le terme  $\alpha$  est fonction du nombre  $Re_p$  :

$$\frac{3.3-\alpha}{\alpha-0.85} = 0.1 Re_p \quad (\text{Fidleris et Whitmore (1961)}) \quad (2.23)$$

$$\frac{3.3-\alpha}{\alpha-0.85} = 0.27 Re_p^{0.64} \quad (\text{Di Felice (1996a)}) \quad (2.24)$$

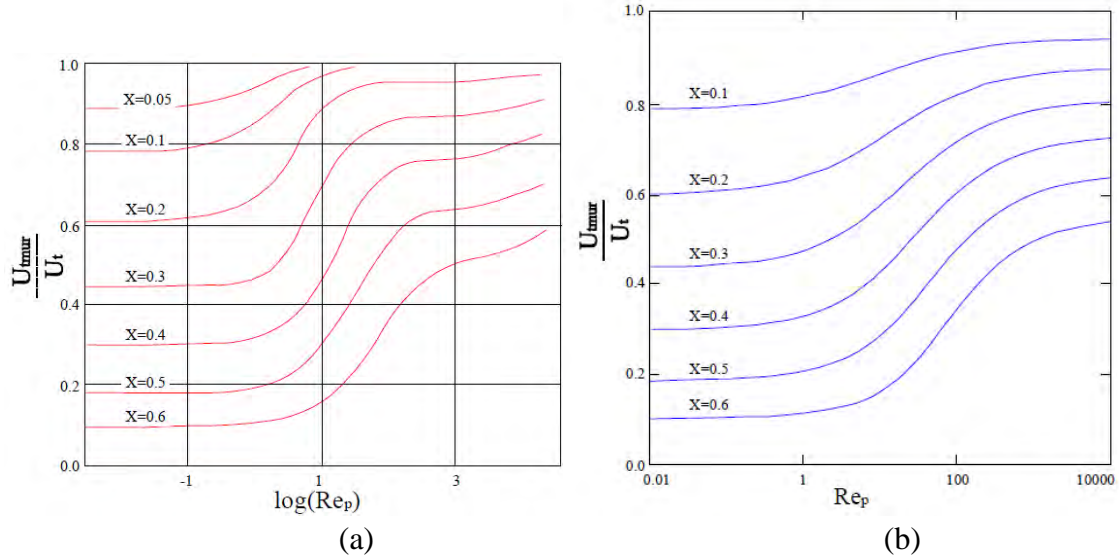


Figure II.1: L'effet des parois pour différents rapports diamètre d'une particule/diamètre du tube, en fonction du nombre de Reynolds (Di Felice (1996a)).

#### II.2.1.4. Sédimentation entravée

On parle de sédimentation entravée lorsque les particules voient leur vitesse de sédimentation réduite par les chocs et les frottements entre particules. C'est le mode de sédimentation qui intervient au sein des suspensions, plus particulièrement dans les suspensions concentrées. Une vitesse de sédimentation d'une particule dans une suspension concentrée est nettement inférieure à sa vitesse terminale en milieu infini. Donc un terme de porosité ( $\varepsilon$ ) est introduit dans les équations de mouvement. La densité d'une suspension ( $\rho_s$ ), est exprimée par :

$$\rho_s = (1 - \varepsilon)\rho + \varepsilon\rho_f \quad (2.25)$$

La vitesse relative  $U_r$  de sédimentation des particules est définie comme la différence entre le flux descendant (déplacement de particules) et le flux ascendant (déplacement de fluide).

$$U_r = U_{t-entravée} - v = \frac{U_{t-entravée}}{\varepsilon} \quad (2.26)$$

avec  $v$  la vitesse du fluide déplacé par la présence de particules en sédimentation entravée.

Par des analyses théoriques, expérimentales et numériques, beaucoup de chercheurs ont travaillé sur des géométries simples pour la contribution à la compréhension de ce type de sédimentation.

En général, la sédimentation de particules sphériques est exprimée par le rapport de la vitesse terminale d'un amas de sphères à celle de la sphère isolée dans les mêmes conditions :

$$\frac{U_{t-\text{entravée}}}{U_{t0}} = f(\varepsilon, \text{Re}_p) \quad (2.27)$$

$U_{t0}$  est la vitesse terminale d'une sphère isolée qui décante dans les mêmes conditions que l'amas de particules (fluide, température, cuve, densité). Cette vitesse peut être calculée par itération de minimisation d'erreur en utilisant l'équation (2.14).

Dans le régime de Stokes, il existe plusieurs formes de corrélation de la vitesse terminale de sédimentation (Richardson et Zaki (1954) ; Batchelor (1972) ; Davis et Gecol (1994) ; Di Felice (1999) ; Koo (2009)). En effet, il existe des approches tenant compte de la variation de la viscosité des particules ( $\mu_s$ ) par rapport à celle du fluide ( $\mu$ ) lors de la sédimentation en régime de Stokes. L'idée globale est donc d'introduire la viscosité de particules  $\mu_s$  dans l'équation (2.10). La viscosité relative étant définie par (Shojaei et Arefinia (2006)):

$$\mu_r = \frac{\mu_s}{\mu} \quad (2.28)$$

alors la vitesse relative s'exprime par :

$$U_r = \frac{U_{t-\text{entravée}}}{\varepsilon} = \frac{2r^2(\rho - \rho_f)}{9\mu_s} g \quad (2.29)$$

#### II.2.1.4.1. Suspensions diluées

Pour des suspensions très diluées, Batchelor (1972) a exprimé la vitesse terminale de sédimentation entravée par la relation suivante en régime de Stokes:

$$U_{t-\text{entravée}} = U_{t(\text{Stokes})} (1 - n(1 - \varepsilon)) \quad (2.30)$$

où  $n$  est un paramètre empirique égal à 6.55 pour des particules sphériques monodisperses.

Di Felice (1999) a mesuré expérimentalement la vitesse de sédimentation d'une suspension diluée de sphères, d'une porosité supérieure à 0.95, en régime de transition ( $0.1 < Re_p < 1000$ ) et a proposé la formule suivante pour calculer la vitesse terminale  $U_t$  :

$$\frac{6.5 - n}{n - 3} = 0.1 Re_p^{0.74} \quad (2.31)$$

avec  $n$  varie de 6.5 pour  $Re_p < 1$  à 3 pour  $Re_p > 980$ .

#### II.2.1.4.2. Suspensions concentrées

Zaki et Richardson (1954) ont mené une étude expérimentale sur la sédimentation de particules sphériques uniformes de diamètre supérieur à 100 $\mu$ m pour différentes porosités ( $0.5 < \varepsilon < 0.95$ ) et différents régimes d'écoulement. Leur équation s'exprime par :

$$\frac{U_{t-\text{entravée}}}{U_{t0}} = \varepsilon^n \quad (2.32)$$

avec

$$n = \begin{cases} 4.65 & Re_p < 0.2 \\ 4.35 Re_p^{-0.03} & 0.2 < Re_p < 1 \\ 4.45 Re_p^{-0.1} & 1 < Re_p < 500 \\ 2.39 & Re_p > 500 \end{cases}$$

Rowe (1987) a donné le terme  $n$  sous la forme :

$$\frac{4.7 - n}{n - 2.35} = 0.175 Re_p^{0.75} \quad (2.33)$$

Di Felice (1994) propose la formule suivante :

$$n = 3.7 - 0.65 \exp \left[ -\frac{(1.5 - \log(Re))^2}{2} \right] \quad (2.34)$$

Pour Koo (2009) le terme  $n$  vaut 5.5.

## II.2.2. déplacement de particules dans un milieu poreux

### II.2.2.1. milieu poreux sec

Selon Ghidaglia (1994), Nadji (1998) et Lominé (2007) le paramètre géométrique pertinent à prendre en compte pour la caractérisation du colmatage est le rapport entre le diamètre «  $d$  » des particules et le diamètre des grains  $d_g$  formant le milieu poreux.

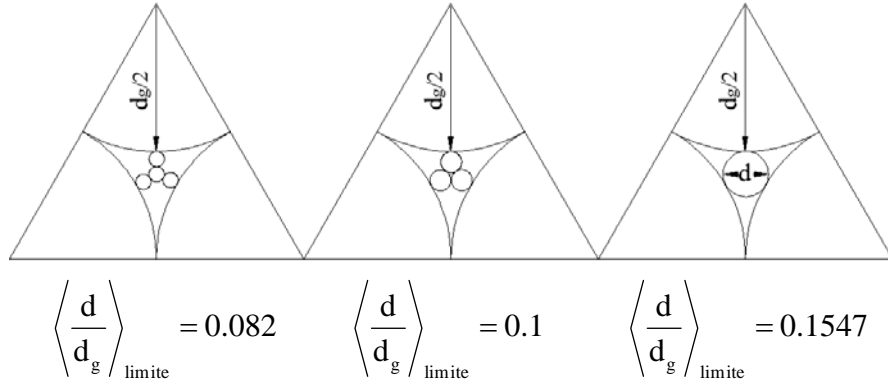


Figure II.2: Seuil au dessus duquel les particules sont susceptibles d'être piégées par les grains.

Si on considère une particule de diamètre «  $d$  » en percolation, le seuil critique de voir cette particule coincée entre trois grains en contact formant la plus faible porosité est déterminé par la relation suivante :

$$\left\langle \frac{d}{d_g} \right\rangle_{\text{limite}} = \frac{2}{\sqrt{3}} - 1 = 0.1547 \quad (2.35)$$

Si  $\frac{d}{d_g} \geq 0.1547$ , une particule peut être capturée lorsqu'elle rencontre un rétrécissement inférieur à leur taille. Ghidaglia (1994) ajouta que ce seuil dépend de la hauteur de l'empilement.

Si  $\frac{d}{d_g} < 0.1547$ , le colmatage est faible et dépend de plusieurs facteurs.

En plus de l'effet de la densité, de la porosité, de la géométrie des particules et de la géométrie des pores, le déplacement des particules dans un milieu poreux est gouverné par le frottement et le coefficient de restitution (particule/particule,



particule/grain du milieu poreux). On rappelle que le coefficient de restitution est le rapport entre les vitesses correspondant

Zhu *et al.* (2009) ont montré que plus le coefficient de restitution diminue, plus le rapport des diamètres (particules/grain), le frottement et la vitesse de percolation augmentent. En revanche, la dispersion diminue. Cet effet est aussi accompagné d'une diminution de la dispersion. Ce lien entre le coefficient de restitution et la dispersion a été constaté par Lominé et Oger (2006 et 2010). En effet, ils ont mené une étude de la dispersion de particules sphériques dans un empilement cubique de billes en verre et ont analysé pour plusieurs rapports des diamètres particule /grain l'influence du nombre de particules filtrantes. Ils ont conclu que le temps moyen de transit augmente avec la croissance du nombre de particules et du coefficient de restitution. Par ailleurs, le phénomène de colmatage disparaît avec la diminution du rapport de diamètre.

Pour le même modèle de Bridgewater *et al.* (1969) composé d'un empilement cylindrique de billes de verre, Ippolito *et al.* (2000) ont étudié l'influence de la hauteur de l'empilement et le rapport de diamètre particule/grain. Ils ont remarqué que la vitesse de percolation durant le voyage dans l'empilement reste constante et que la dispersion dépend seulement du diamètre du grain.

Suite à des études numériques récentes sur le colmatage dans des milieux poreux, Remond (2010) a remarqué que le coefficient de frottement supérieur à 0.5 influe sur la vitesse de percolation des particules fines. Ainsi, il a conclu que le colmatage dépend essentiellement du coefficient de frottement. Il se produit quand la fraction volumique, des particules fines de coefficient de frottement 0.3, est supérieure à 0.05. Pour des grandes fractions volumiques, le pourcentage de colmatage varie linéairement avec la fraction volumique.

#### ***II.2.2.1. milieux poreux saturés***

Ghidaglia (1994) a étudié expérimentalement et numériquement la filtration d'une suspension par un empilement de sphères de porosité 0.39. Les particules et les grains sont choisis monodisperses. Dans son étude, seules les forces hydrodynamiques et de gravité sont dominantes par rapport aux forces physico-chimiques. Une vitesse d'écoulement était choisie faible de façon à travailler en régime laminaire. Les

particules injectées sont suivies par visualisation numérique. Chaque particule bloquée dans l'empilement est repérée. L'injection continue même s'il y a présence de pores bloqués par les particules. De plus, l'analyse de la dispersion était effectuée par visualisation des enregistrements vidéo. Le colmatage remarqué dans son étude est d'origine géométrique (équation (2.35)).

Par la méthode numérique Monte Carlo, Ghidaglia (1994) a modélisé le milieu poreux par un réseau carré de tubes cylindriques interconnectés, à deux dimensions, incliné à  $45^\circ$  par rapport à la direction de l'écoulement. Le débit d'écoulement dans chaque cylindre est calculé par la loi de Poiseuille. Un modèle probabiliste a été développé pour prédire l'obturation ou le passage d'une particule jusqu'à ce qu'elle quitte le réseau. Cependant, ce modèle ne peut pas prédire le profil de concentration ou la réduction de la perméabilité suite au colmatage des pores (Cylindres).

Biggs *et al.* (2003) ont mené deux études numériques sur un milieu poreux, une en milieu poreux périodique de cercles et l'autre sur un milieu poreux aléatoire composé de rectangles de dimensions variables. Dans la première étude, les particules ont une section circulaire de diamètre  $1/14$  par rapport au rétrécissement formé par deux cercles contigus dans la direction d'écoulement. Le nombre de Reynolds imposé varie de 15 à 105. L'étude a été effectuée avec trois densités ( $d$ ,  $d/10$  et  $10d$ ) séparément. Durant l'écoulement, Biggs *et al.* (2003) ont remarqué que l'injection de particules l'une après l'autre ne produit pas de colmatage. Ils ont estimé que l'effet de gravité et le nombre de particules sont les paramètres les plus importants à considérer pour la capture de particules. De plus, lorsque les rétrécissements deviennent obturés, une augmentation de pression et une réduction de perméabilité sont remarquées suite à l'accumulation de particules déposées sur un rétrécissement.

Andrade *et al.* (2008) ont mené une étude numérique sur le transport de particules fines dans un milieu très poreux formé de tiges cylindriques (périodiques et désordonnés). Ils ont étudié l'effet de la gravité en régime de Stokes. L'effet d'inertie est calculé par le nombre adimensionnel de Stokes. Les particules sont modélisées par des points de gravité (0,  $g/100$  et  $g$ ). Sur une analyse de des lignes de courant, si une particule touche un grain du milieu poreux, donc elle est considérée comme capturée. Il

a conclu que plus les facteurs de gravité et le nombre de Stokes augmentent plus les particules sont susceptibles d'être piégées.

Beaucoup de chercheurs ont travaillé sur le comportement de particules très fines de l'ordre d'un micromètre. Cependant, l'effet d'impact-rebond, entre les particules solides et les parois des grains en milieu poreux saturé ou même particule-particule, reste à notre connaissance un sujet peu abordé. Ainsi, nous nous sommes intéressés à ce problème en effectuant des expériences sur des milieux modèles. Les calculs numériques, utilisant le couplage CFD-DEM, sont réalisés dans les mêmes conditions expérimentales. Ces calculs sont étendus au cas plus complexe de l'infiltration d'un amas de particules dans le milieu poreux.

### **II.3. Etude expérimentale et numérique du déplacement de particules solides dans un milieu poreux saturé.**

#### **II.3.1 Etude expérimentale**

Dans cette étude, on s'intéresse au déplacement de particules sphériques dans un milieu poreux périodique saturé d'eau. La technique de suivi des particules choisie est la visualisation. Aussi, le dispositif doit être transparent pour laisser passer la lumière. Par ailleurs, le milieu poreux choisi est quasi-2D formé de cylindres au lieu de billes pour réduire la diffusion de la lumière et pouvoir réaliser des plans lumineux uniformes.

##### **II.3.1. Dispositif**

Le dispositif expérimental illustré par la Figure II.3 est composé d'un milieu poreux formé par 18 tiges en verre disposées en quinconce dans une cuve transparente. Ces tiges cylindriques circulaires ont un diamètre de 1cm, l'espace entre deux cylindres adjacents est de 1.82mm obliquement et de 2.52mm verticalement (Figure II.4). Ainsi la porosité du milieu poreux vaut 0.374. Les dimensions de la cuve sont : 17.41cm pour la longueur, 2cm pour la largeur et 18.13cm pour la hauteur. Elle est remplie d'eau à une température ambiante de 20°C.

Ce dispositif comporte une source lumineuse placée derrière la cuve transparente. Un calque translucide collé sur la cuve, permet de faire des visualisations en ombre chinoise. Les particules dont on veut étudier le déplacement sont en verre, elles ont une masse volumique de  $2570 \text{ kg/m}^3$ . Nous avons sélectionné trois diamètres différents :  $1.10 \pm 0.05 \text{ mm}$ ,  $1.35 \pm 0.05 \text{ mm}$  et  $1.40 \pm 0.05 \text{ mm}$ . On capture le mouvement des particules grâce à une caméra rapide de type Photron Fastcam APX-RS, dont la fréquence d'acquisition est réglée à 500 images /seconde.

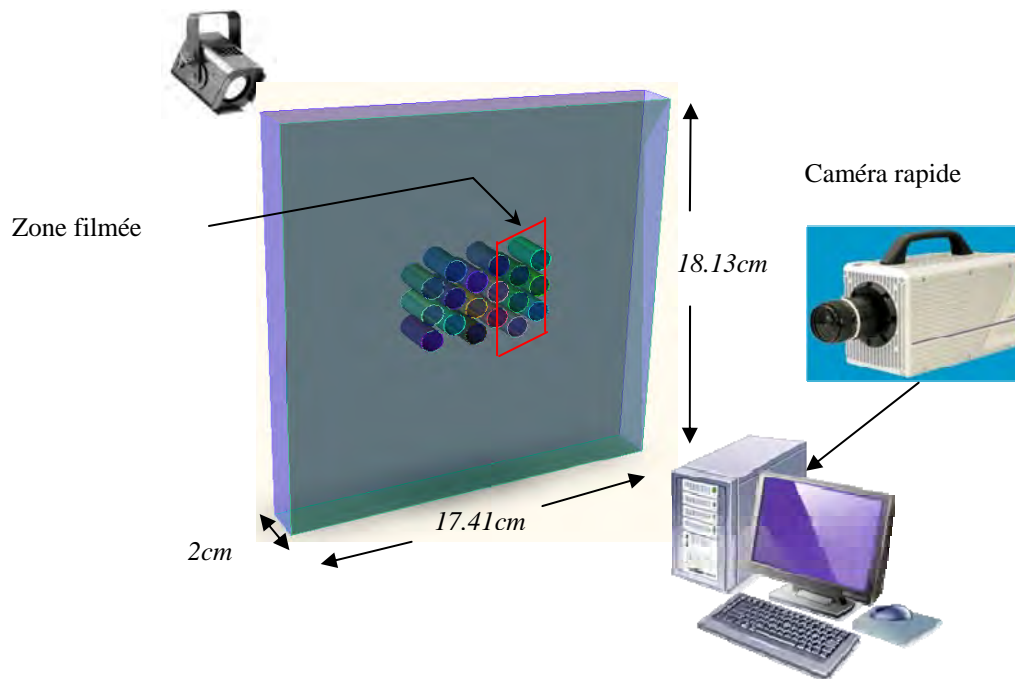


Figure II.3: Montage expérimental pour le suivi des particules

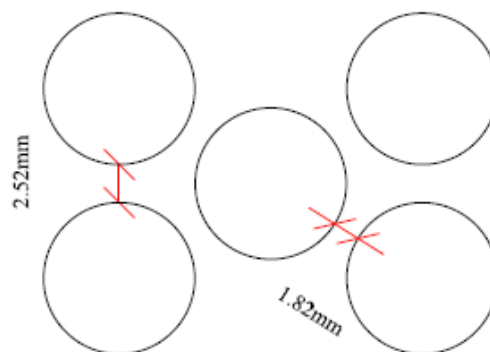


Figure II.4: Schéma du milieu poreux

### II.3.2 Méthode de suivi des particules – Traitement d'image

Dans cette étude, on a choisi une résolution de 384 x 528 pixels, et un pas de temps de 500 images/s. Ce nombre d'images permet de visualiser convenablement le déplacement des particules dont la vitesse est inférieure à 0.2m/s. Le traitement d'images se fait à l'aide du logiciel ImageJ.

Sur ImageJ, on doit tout d'abord convertir l'échelle des images (vidéo) du pixel au millimètre. On prend d'abord une image de référence. Ensuite on réalise une séquence vidéo qui contient l'historique de déplacement d'une particule (Figure II.5a). On applique la soustraction d'images de façon à éliminer l'apparition des objets fixes dans la vidéo. On obtient un résultat représenté par une vidéo. La Figure II.5b présente la soustraction des images de la Figure II.5a. Le résultat de cette opération permet de repérer nettement la position de la particule.

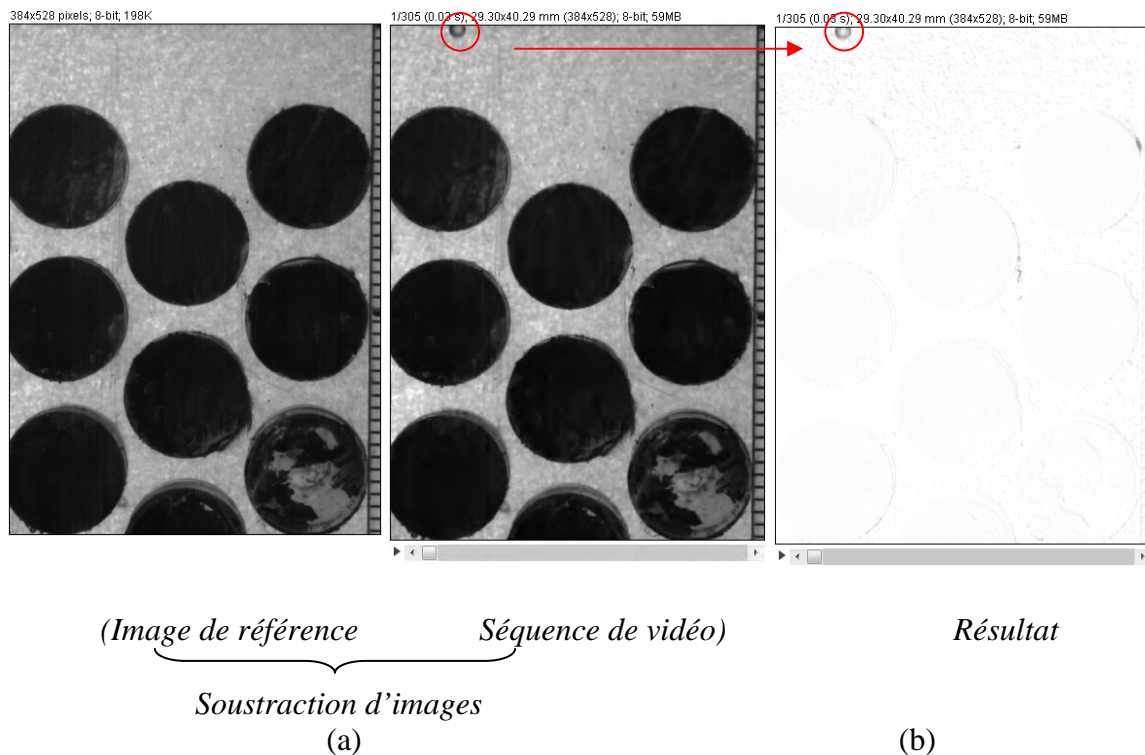


Figure II.5: Méthode de soustraction d'images.

On applique sur le résultat un seuil minimal de visualisation « threshlod » pour faire apparaître les bords réels de la particule (Figure II.6). Pour lancer le suivi de

points, on utilise sur ImageJ l'utilitaire « Particle analyzer ». On donne un intervalle de diamètre en millimètre, une circularité « sphéricité » et on applique une corrélation par le choix « outlines » (Figure II.6). Le résultat présenté sous forme de coordonnées x et y est affiché à la fin du dernier point suivi.

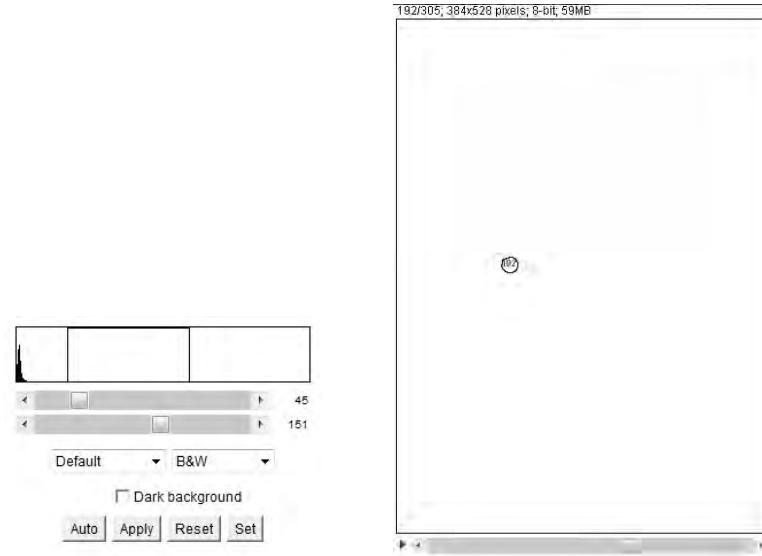


Figure II.6: Threshold appliqué et résultat de la corrélation de suivi d'objet.

La mesure des écarts ( $\Delta x_i$ ,  $\Delta z_i$ ) correspondant à un pas de temps  $\Delta t_i$  entre deux images successives permet de déduire les composantes de la vitesse dans le plan (x, z) suivant les relations:

$$u_i = \frac{\Delta x_i}{\Delta t_i} \text{ et } w_i = \frac{\Delta z_i}{\Delta t_i} \quad (2.36)$$

### II.3.3. Méthode numérique par couplage CFD-DEM autour d'une particule au cours de son mouvement

#### II.3.3.1. Description du problème

On rappelle que le couplage CFD-DEM a été présenté en détail dans le chapitre I. On s'intéresse maintenant à l'application de ce couplage pour calculer le déplacement de particules solides dans un réseau de cylindres.

On a reproduit les mêmes données géométriques du milieu. Le maillage du domaine d'écoulement est présenté sur la Figure II.7a et celui de la paroi d'un grain est présenté sur la Figure II.7b.

Le nombre total de mailles de forme tétraédrique est de 15137. La dimension moyenne d'une maille est d'environ 0.7mm entre les grains (maillage fin).

Le pas de temps choisi sur CFD-FINAS est de l'ordre de 0.001s et un pas de temps de couplage ( $\Delta t_{\text{couplage}}$ ) de 0.0005s.

A l'état initial, le fluide occupant la cuve est statique. Pour le calcul numérique, à l'état initial, les vitesses sont nulles au niveau des parois de la cuve. La viscosité du fluide est de  $1.002 \times 10^{-3}$  Pa.s, et sa masse volumique est de  $1000 \text{ kg/m}^3$ .

Dans PFC3D, les particules ont la forme sphérique. Nous avons réalisé des études indépendantes pour trois valeurs du diamètre des particules : 1.14 mm, 1.35 mm, et 1.40 mm. Les raideurs normale et tangentielle de la particule et des parois ont une valeur de  $100000 \text{ N/m}^3$ . Un même coefficient de frottement de 0.5 est appliqué aux sphères et aux parois.

Le ratio d'amortissement visqueux, le rapport entre l'amortissement visqueux critique et l'amortissement visqueux,  $\zeta$  est calculé à partir du coefficient de restitution « e » de l'équation suivante :

$$e = \exp \left( -\frac{\zeta \pi}{\sqrt{1-\zeta^2}} \right) \quad (2.37)$$

Lorsque le coefficient de restitution est 0.64, le ratio d'amortissement est égal à 0.14.

Durant le couplage, un échange de données entre PFC3D et FINAS est effectué. Le pas de temps est fixé automatiquement sur PFC3D et varie d'un cas à l'autre puisqu'il dépend de la masse et de la raideur (équation (1.53)). Le pas de temps sur PFC3D est généralement plus petit que celui de FINAS. C'est-à-dire que PFC3D fait plusieurs cycles de calcul pour atteindre un cycle de FINAS.

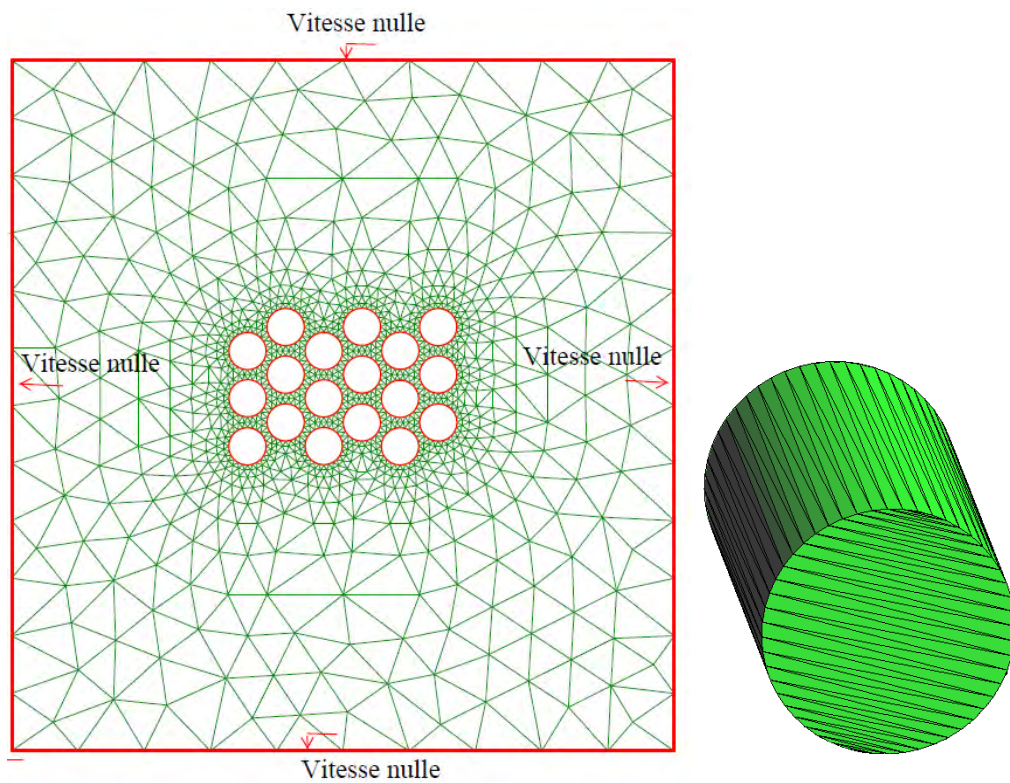


Figure II.7: (a) maillage tétraédrique du milieu fluide, (b) maillage triangulaire des parois solides

#### ***II.3.3.2. Résultats numériques et expérimentales du déplacement d'une particule***

Nous avons réalisé l'expérience et le calcul numérique du déplacement d'une seule particule sous l'effet de la pesanteur dans le milieu poreux saturé.

La Figure II.8 montre les domaines d'écoulement utilisés dans le calcul et l'expérience. Nous avons reproduit les conditions expérimentales (conditions initiales et conditions aux limites) dans PFC3D et FINAS. Les positions initiales des particules sont déterminées à partir des photos du modèle expérimental.



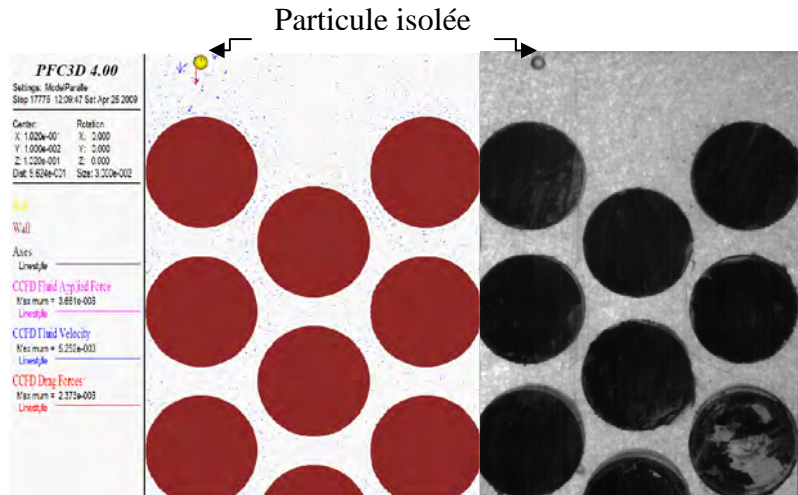


Figure II.8: Schéma du milieu poreux utilisé dans les études numérique et expérimentale (diamètre d'une particule 1.35mm)

Dans cette étude, le mouvement de la particule est gouverné par plusieurs mécanismes dont les importants sont :

- Une sédimentation avant l'entrée du réseau de cylindres : la particule commence une chute libre dans le fluide jusqu'à atteindre une vitesse constante ;
- Impact-rebond sur le premier cylindre rencontré dans sa trajectoire ;
- Frottement (Figure II.9a) et roulement sur la même paroi du cylindre (Figure II.9b) ;
- Une succession d'impact-rebond, frottement roulement sur le reste des cylindres rencontrés le long de la trajectoire ;
- Une sédimentation en sortie du réseau de cylindre.

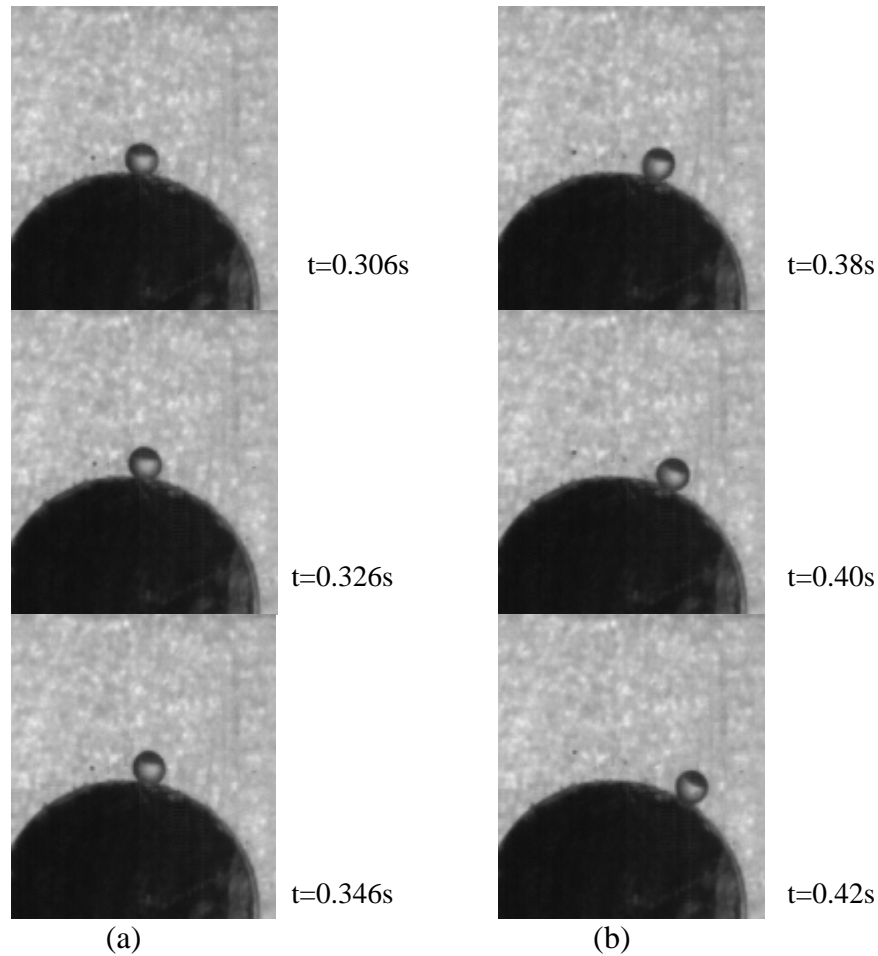


Figure II.9: (a) Frottement et (b) roulement d'une particule sur un cylindre

On a sélectionné le premier cylindre pour montrer les mécanismes de frottement et du roulement de la particule sur une paroi. De même, on illustre ces mécanismes par trois images. Le pas de temps est égal à 0.02s dans cette démonstration.

Sur ces images de la Figure II.9, on remarque que la particule consomme plus de temps lors du frottement par rapport à son roulement sur la paroi du cylindre.

On illustre la trajectoire de la particule 1.35mm, sur la Figure II.10a obtenue par l'expérience. Sur la Figure II.10b on a tracé également les coordonnées de cette particule obtenues par voies numérique et expérimentale. Chaque discontinuité correspond à un contact bille-cylindre. La concordance entre les résultats est remarquable.

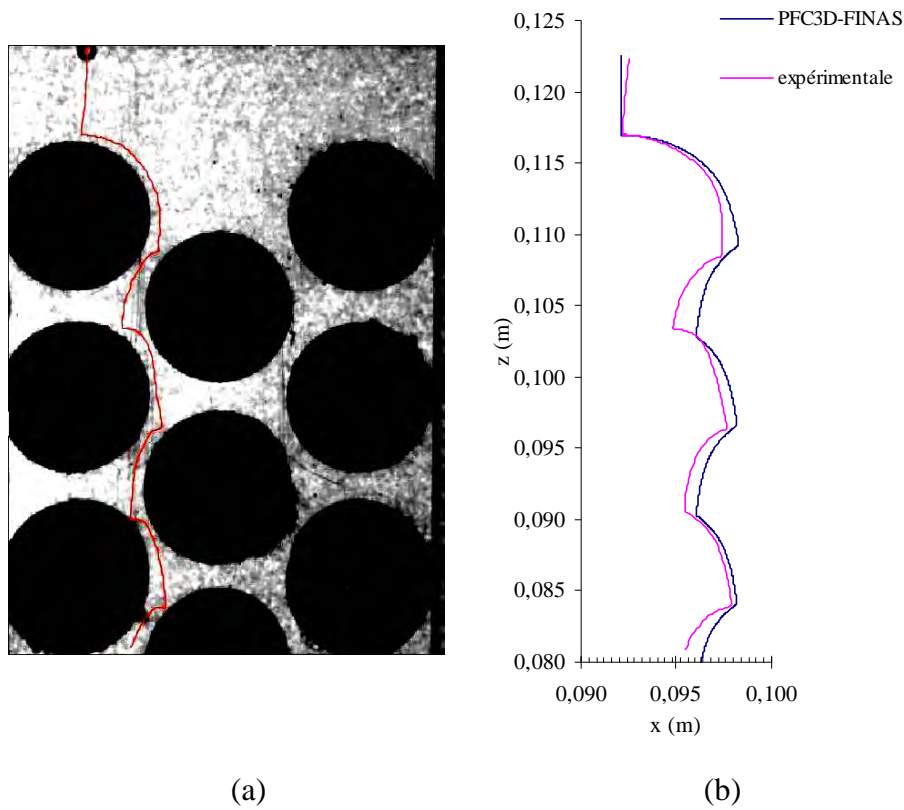


Figure II.10: Trajectoires expérimentale et numérique d'une particule isolée ( $d=1.35\text{mm}$ )

On remarque également sur la Figure II.10, que la particule sphérique a une trajectoire périodique dans cette configuration.

On trace sur la Figure II.11, l'historique de la vitesse de la même particule depuis le début de la sédimentation jusqu'à sa sortie du réseau de cylindres. On remarque que la particule accélère jusqu'à ce qu'elle atteigne une vitesse constante « vitesse terminale », puis sa vitesse diminue quand elle est proche d'un cylindre. Dès son contact avec ce dernier, une combinaison des effets de rebond, de frottement et de roulement est remarquée. A la rupture de contact avec le premier cylindre, la particule s'accélère à nouveau sous l'effet de la gravité. Avant d'atteindre sa vitesse terminale, un prochain cylindre lui barre son chemin. Une succession des mêmes effets est remarquée pour les autres cylindres rencontrés lors de son mouvement.

Une particule sphérique, utilisée dans le calcul numérique, garde une vitesse quasi constante lors de son déplacement à l'intérieur du milieu poreux. Par contre, une particule non sphérique, utilisée dans la partie expérimentale, dépend fortement de sa

forme et de la surface de contact. Sachant qu'une particule non sphérique roule moins facilement sur les obstacles, qu'une particule sphérique, la non uniformité de la forme des particules utilisée en expérience pourrait engendrer des écarts avec le calcul.

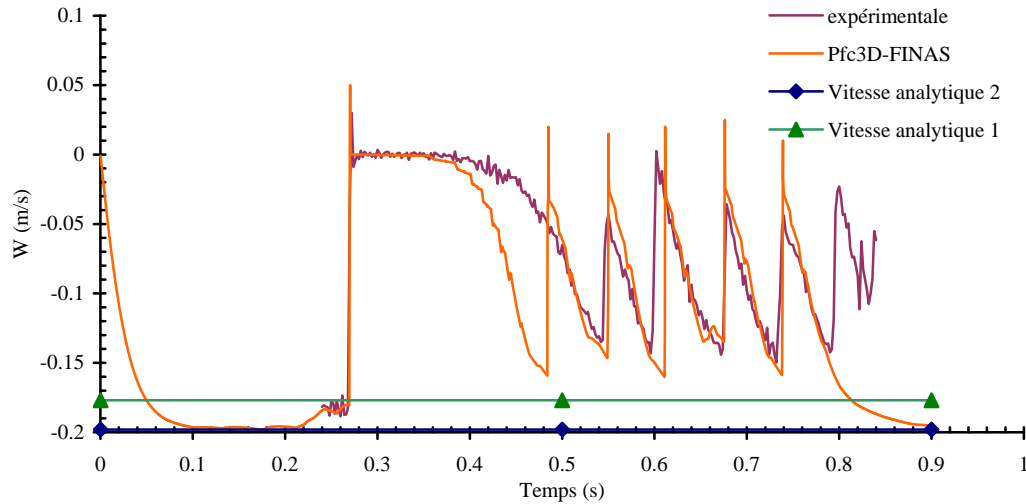


Figure II.11: Composante verticale de la vitesse de déplacement d'une particule en verre dans un milieu poreux saturé (diamètre 1.35mm)

De ce fait, la Figure II.11 montre que la vitesse numérique est supérieure à la vitesse expérimentale. Par ailleurs, on constate que la courbe expérimentale présente un retard par rapport à la courbe numérique, ceci étant dû à l'écart de la forme réelle de la particule par rapport à la sphère.

Sur la Figure II.11, on a présenté à titre de référence, les vitesses terminales (Tableau II.3) calculées par les équations (2.13), (2.14). Les vitesses analytiques 1 et 2 correspondent aux coefficients de trainée de l'équation (2.16) et (2.18), respectivement.

Diamètre (mm)	Vitesse analytique 1 (m/s)	Vitesse analytique 2 (m/s)
1.14	-0.154	-0.171
1.35	-0.177	-0.198
1.40	-0.1825	-0.204

Tableau II.3: Vitesses analytiques en fonction des diamètres des particules

On trace également les vitesses des particules 1.14mm et 1.40mm sur les figures (Figure II.12 et Figure II.13) respectivement.

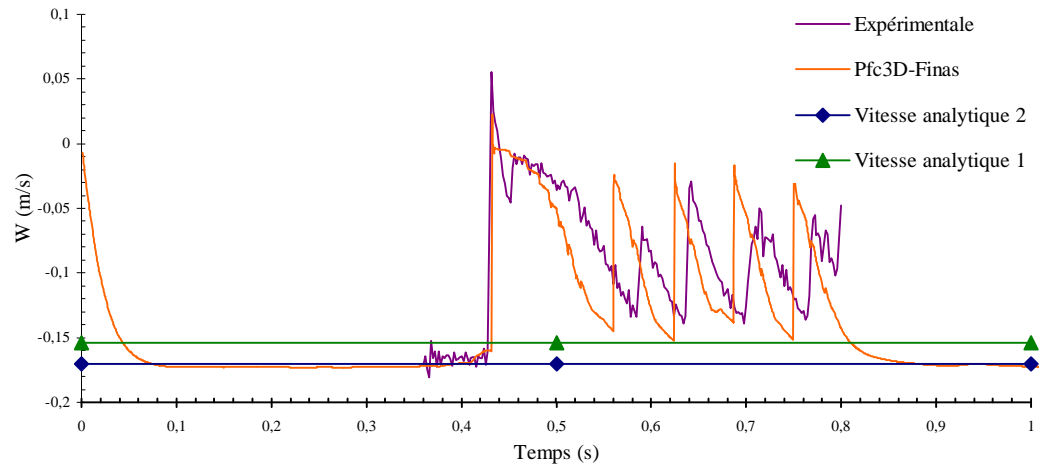


Figure II.12: Composante verticale de la vitesse de déplacement d'une particule en verre dans un milieu poreux saturé (diamètre 1.14mm)

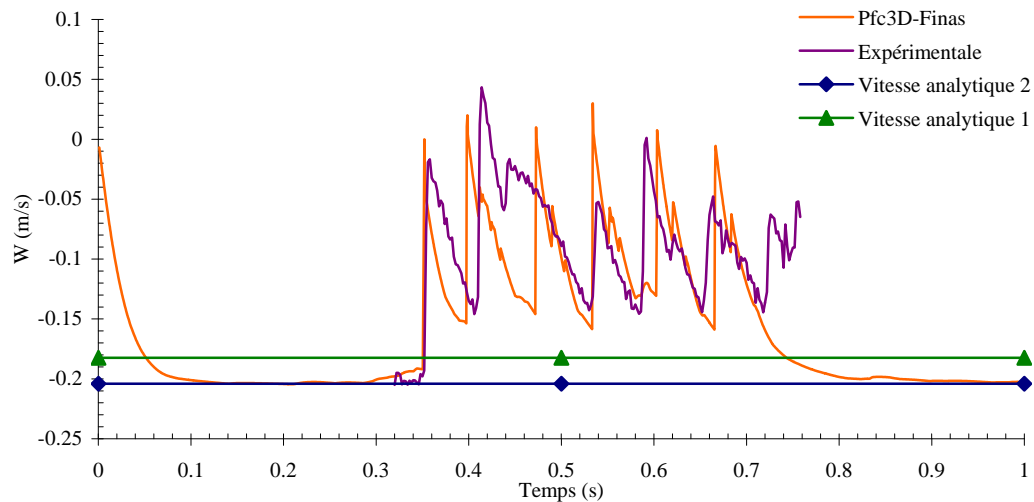


Figure II.13: Composante verticale de la vitesse de déplacement d'une particule en verre dans un milieu poreux saturé (diamètre 1.40mm)

Chaque pic observé correspond au rebond de la particule après un choc avec un cylindre. De même, on remarque sur les figures (Figure II.12 et Figure II.13) que les mêmes mécanismes, intervenant dans le déplacement d'une particule 1.35mm, sont aussi retrouvés dans le déplacement des particules 1.14mm et 1.40mm. Les figures montrent une suite de rebonds et de chutes qui caractérisent le mode de transport dans ce genre de milieu.

Globalement, on peut constater, que les vitesses des particules mesurées expérimentalement sont proches de celles obtenues numériquement. Le décalage dans le

temps des courbes obtenues par PFC3D-FINAS et par l'expérience est dû à un temps de séjour variable sur la surface du premier cylindre rencontré. Ce temps perdu est dû à l'instabilité provoquée par la forme non sphérique des billes réelles et au frottement de celles-ci contre les cylindres.

On constate également que la vitesse expérimentale est inférieure en valeur absolue à la vitesse numérique. Ceci s'explique par le rebond d'une particule réelle qui dépend de la surface de contact avec celle du cylindre. En effet, la surface de contact d'une particule réelle est plus grande que si elle était parfaitement sphérique. Si le choc se fait avec la surface la plus large de la particule non sphérique, le rebond sera petit en présence du fluide qui diminue aussi sa vitesse. Cette diminution est due à un coefficient de traînée plus grand engendré par une surface projetée dans le sens de l'écoulement plus grande.

De même, on constate que la trajectoire d'une particule réelle dans ce milieu poreux dépend de l'orientation de la surface de la particule, résultat remarqué aussi par (Trong-Cong *et al.* (2004)) qui avaient travaillé sur la chute de différentes formes de cluster dans un cylindre rempli d'eau-glycérine pour prédire une formule empirique du coefficient de traînée.

Pour voir l'effet de l'inertie durant l'impact-rebond, on étudie la chute libre d'une sphère dans le même milieu poreux sans liquide. On considère une particule numérique ayant les mêmes paramètres physiques qu'une bille de verre de diamètre 1.35 mm de vitesse initiale -0.1845 m/s. Cette vitesse correspond à la vitesse de cette sphère en sédimentation près de l'obstacle (en présence du fluide). La position initiale de cette particule est fixée sur le même endroit où elle se trouvait en sédimentation (près du premier cylindre), comme montré sur la Figure II.14a :

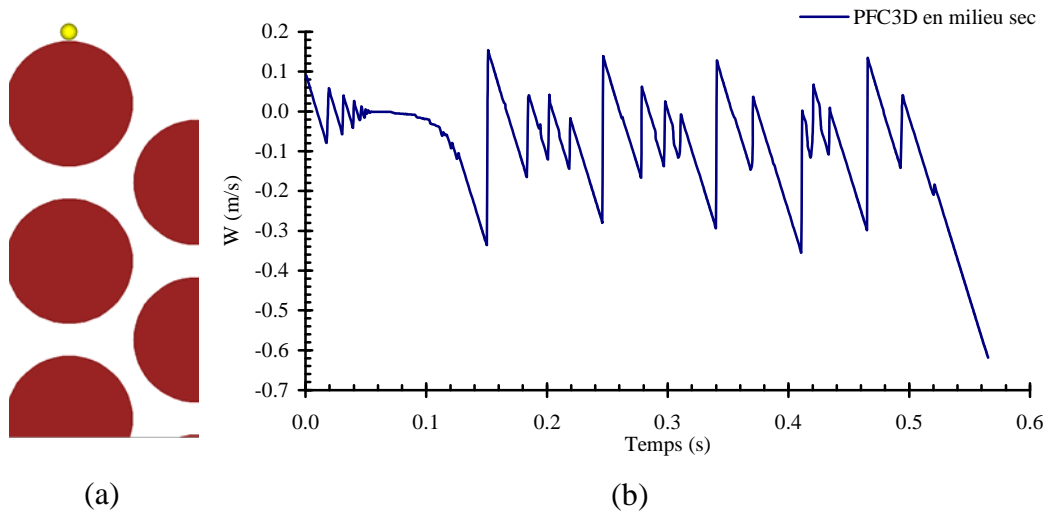


Figure II.14: (a) Position de la particule et (b) Composante verticale de la vitesse de déplacement d'une particule dans un milieu poreux sec ( $d=1.35$  mm)

A partir de la Figure II.14b, on remarque que la particule commence par un frottement puis rebondit sur chaque cylindre. Le nombre de pics sur un même cylindre augmente en absence de fluide. Globalement, la vitesse reste constante durant son mouvement à l'intérieur du réseau périodique.

De plus, le rapport des vitesses de la particule en présence de liquide (Figure II.11) et en absence de liquide (Figure II.14b), nous conduit à caractériser l'effet d'inertie sur le mouvement de la particule à l'intérieur du réseau périodique (Figure II.15). Les points présentés sur cette figure donnent une indication sur l'effet du fluide sur la vitesse de la particule. En effet ces points présentent le rapport des vitesses verticales de la particule en milieu poreux saturé et sec. Chaque point inférieur de la courbe en dents de scie correspond au rapport des vitesses juste avant le rebond sur un cylindre. Chaque point supérieur de la courbe en dents de scie correspond au rapport des vitesses juste après le rebond sur un cylindre. La succession des points correspond à la suite de cylindres rencontrés par une particule dans le sens vertical.

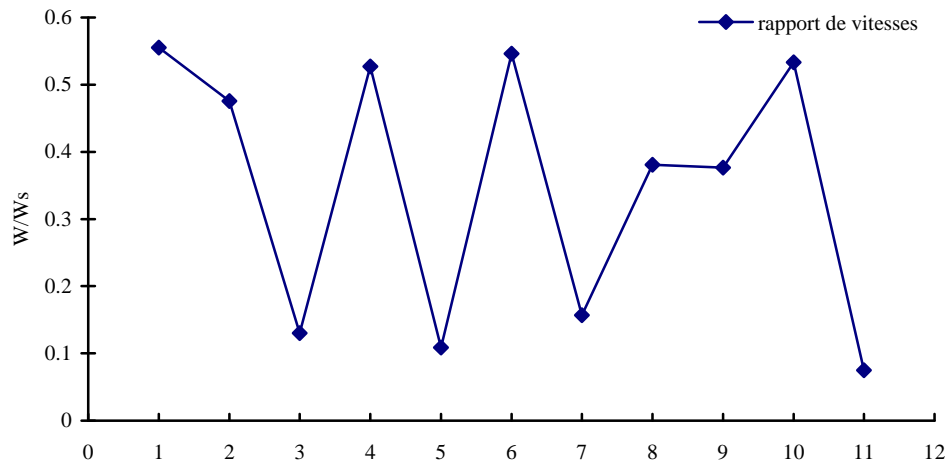


Figure II.15: rapport de vitesses de sédimentation et de chute libre à l'état sec

Sur cette figure on remarque que la vitesse de la particule à l'état sec est presque deux fois plus grande que la vitesse de la particule en présence du fluide. Cependant, l'effet de rebond d'une particule dans un milieu sec est environ dix fois plus grand qu'en milieu poreux saturé.

#### II.3.4. Méthode numérique par Couplage CFD-DEM sur un amas de particules

On a étudié numériquement le transport d'un amas de 100 particules dans le même milieu poreux composé de cylindres. Initialement, ces particules sont créées dans un tube de diamètre 2cm, d'une manière dispersée dans ce tube (Figure II.16a), ou bien, superposées sur une hauteur de 0.55cm dans un tube de diamètre 0.8 cm (Figure II.16b).

Les particules ont un diamètre de 1.4 mm et ont les mêmes propriétés qu'une particule isolée utilisée précédemment.

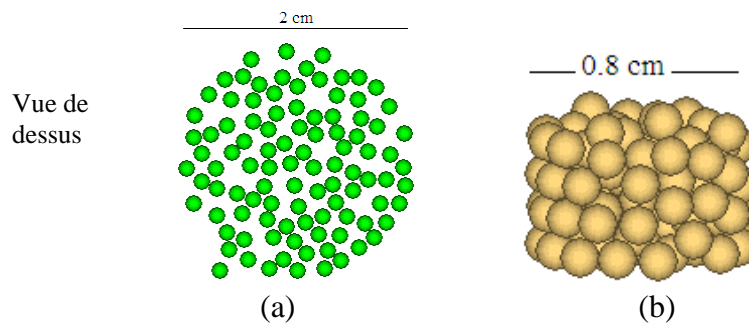


Figure II.16: (a) forme en billes dispersées, (b) forme en billes superposées



Sur la Figure II.17, on a mené une comparaison de la vitesse moyenne de 100 particules à la vitesse d'une particule isolée de même diamètre. On remarque que la vitesse terminale moyenne d'un amas est presque la même pour une particule isolée. Les particules superposées atteignent plus rapidement la vitesse terminale que pour les deux cas précédents. De plus, on remarque que la vitesse terminale moyenne des particules superposées est légèrement perturbée due au choc inter-particules. A l'entrée du milieu poreux, la vitesse moyenne des particules superposées est légèrement petite par rapport à la vitesse moyenne des particules dispersées. Ceci explique que les particules superposées rentrent en même temps dans le premier rétrécissement situé à l'entrée du milieu poreux, ce qui provoque leur ralentissement. Une fois les particules libérées sans qu'il n'y ait eu obturation, les particules se déplacent en succession l'une après l'autre. La vitesse moyenne des particules dispersées et superposées est presque la même mais inférieure à la vitesse d'une particule isolée à l'intérieur du milieu poreux. A la sortie du milieu poreux, les vitesses terminales moyennes des particules dispersées et superposées sont légèrement supérieures à de la vitesse terminale d'une particule isolée. Ceci est dû à l'augmentation de la vitesse interstitielle entre les cylindres.

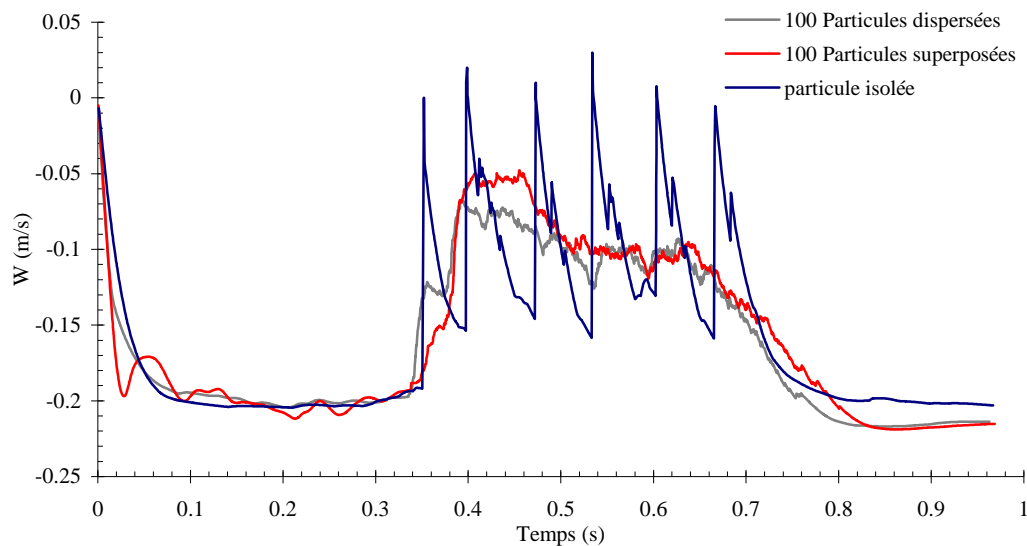


Figure II.17: Vitesses moyennes de 100 particules dispersées, 100 particules superposées et particule isolée de même diamètre ( $d=1.40\text{mm}$ ).

A partir de ces résultats, on conclut que la taille des particules, leur forme et le nombre de particules dans un rétrécissement influent sur le comportement du transport des particules dans un milieu poreux.

On remarque aussi, que le fluide s'écoule vers les gorges adjacentes dès que les particules se rapprochent du milieu poreux. Si les particules arrivent en même temps dans une gorge, leurs vitesses diminuent progressivement à cause du déplacement du fluide dans le sens opposé du déplacement des particules. Dès que les particules quittent le premier rétrécissement, leur vitesse de particules commence à augmenter tout en restant inférieure à la vitesse d'une particule isolée. Le fluide est entraîné vers le bas ; sa vitesse augmente par le mouvement des particules libérées des gorges ce qui facilite le déplacement des particules suivantes. A la sortie du milieu poreux, la vitesse terminale des particules superposées et dispersées est légèrement grande par rapport à celle d'une particule isolée.

On présente les champs de vitesse de fluide engendrés par le déplacement d'une particule isolée (Figure II.18), par le déplacement d'un amas 100 particules superposées (Figure II.20) et par le déplacement de 100 particules dispersées (Figure II.22).

Sur la Figure II.19, la Figure II.21 et la Figure II.23, on trace les lignes de courant pour les trois configurations : particule isolée, amas de particules superposées et amas de particules dispersées respectivement.

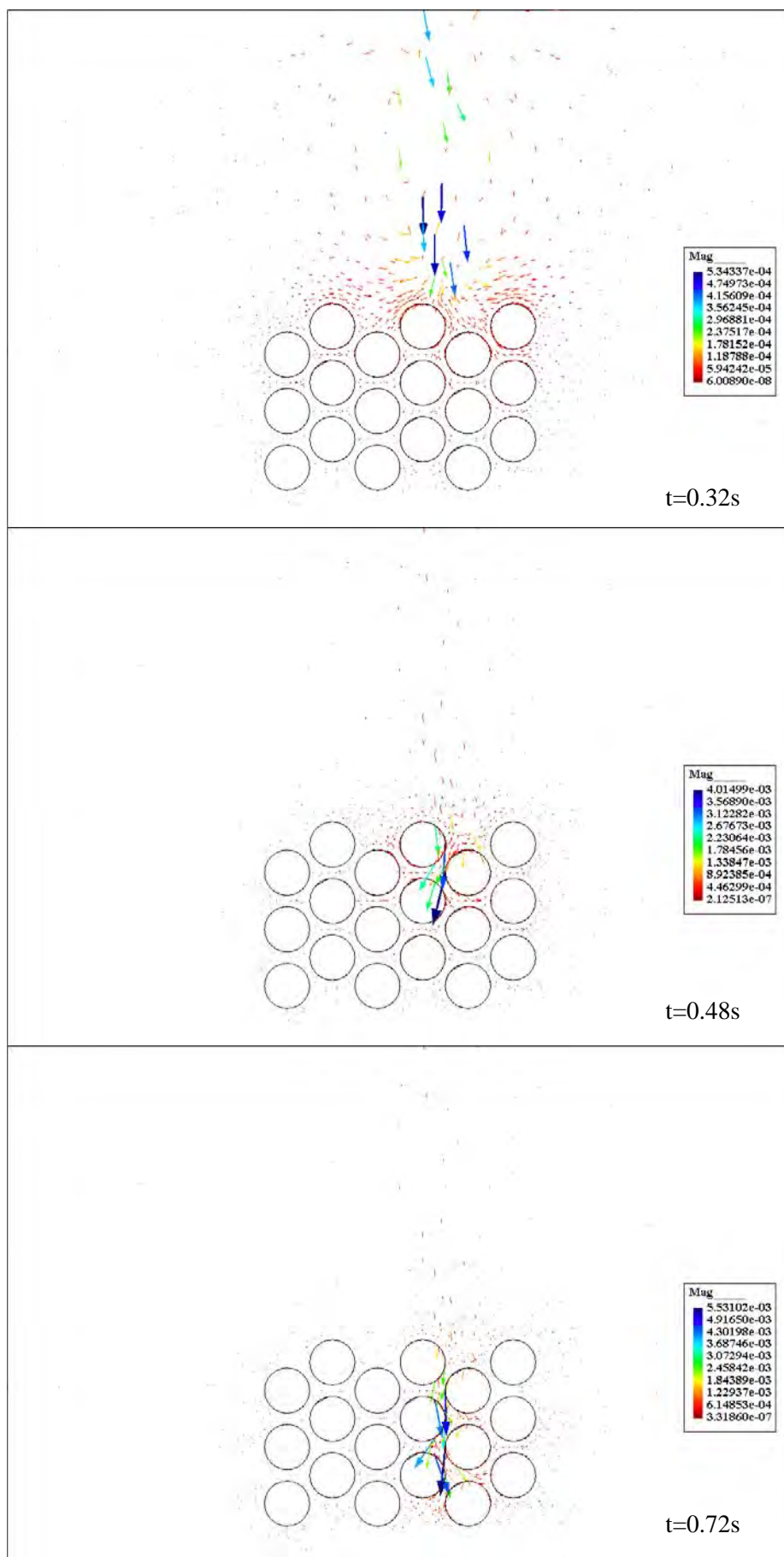


Figure II.18: Champ de vitesse engendré par le déplacement d'une particule isolée

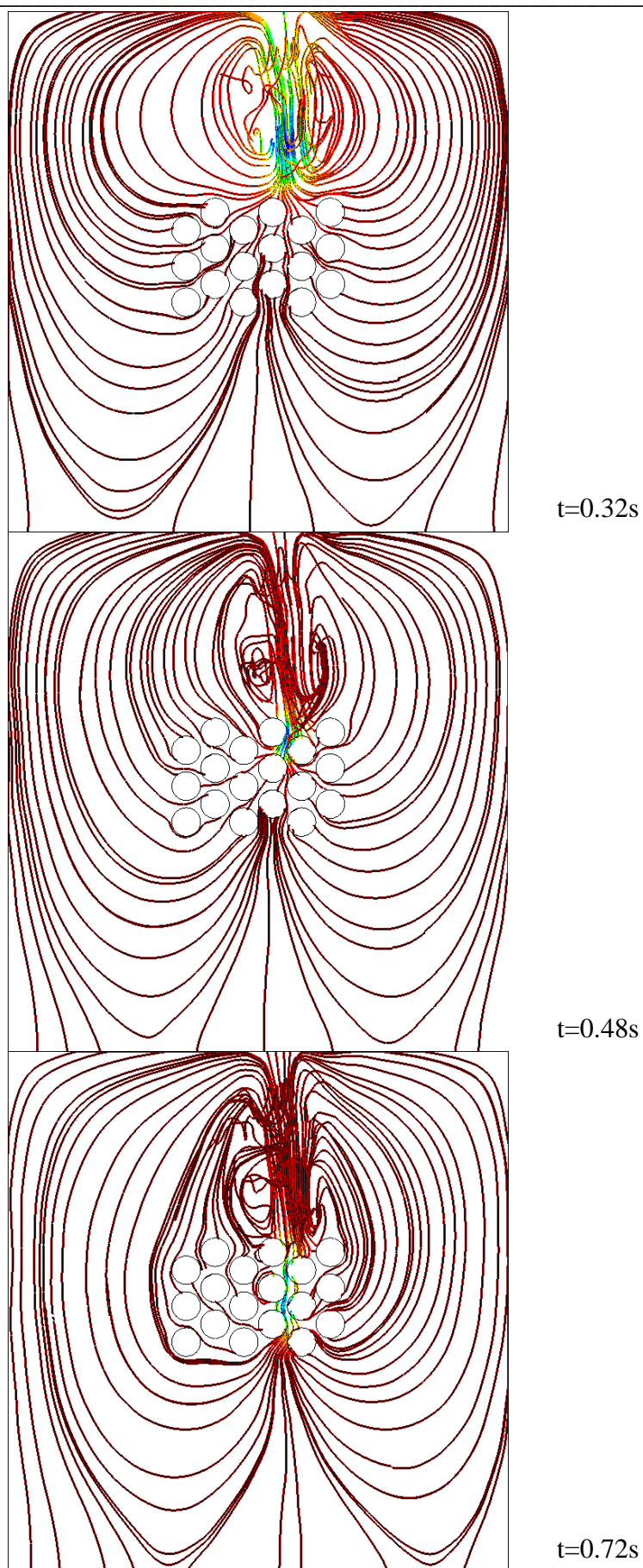


Figure II.19: Lignes de courants engendrées par le déplacement d'une particule isolée

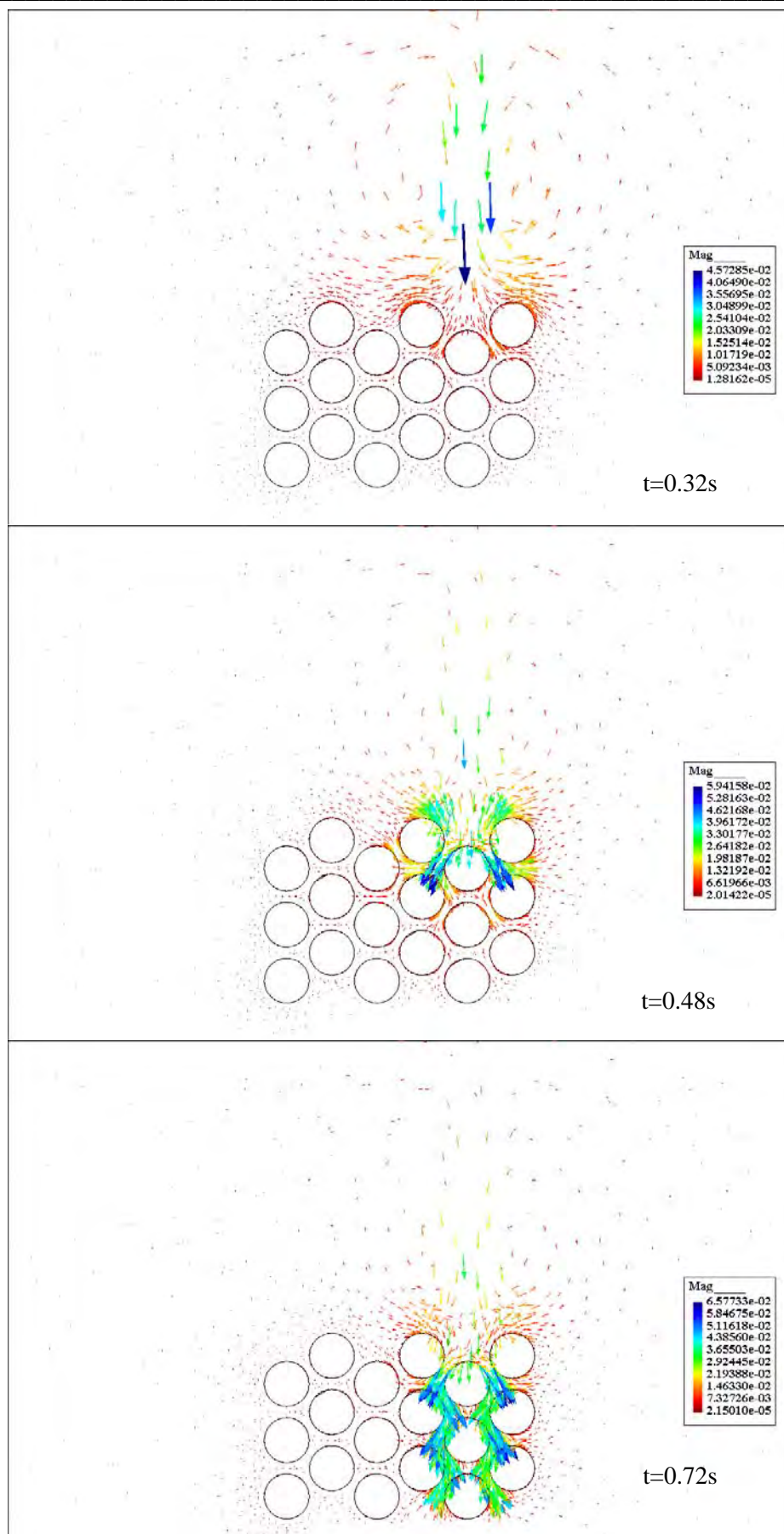


Figure II.20: Champs de vitesse engendrés par le déplacement de 100 particules superposées

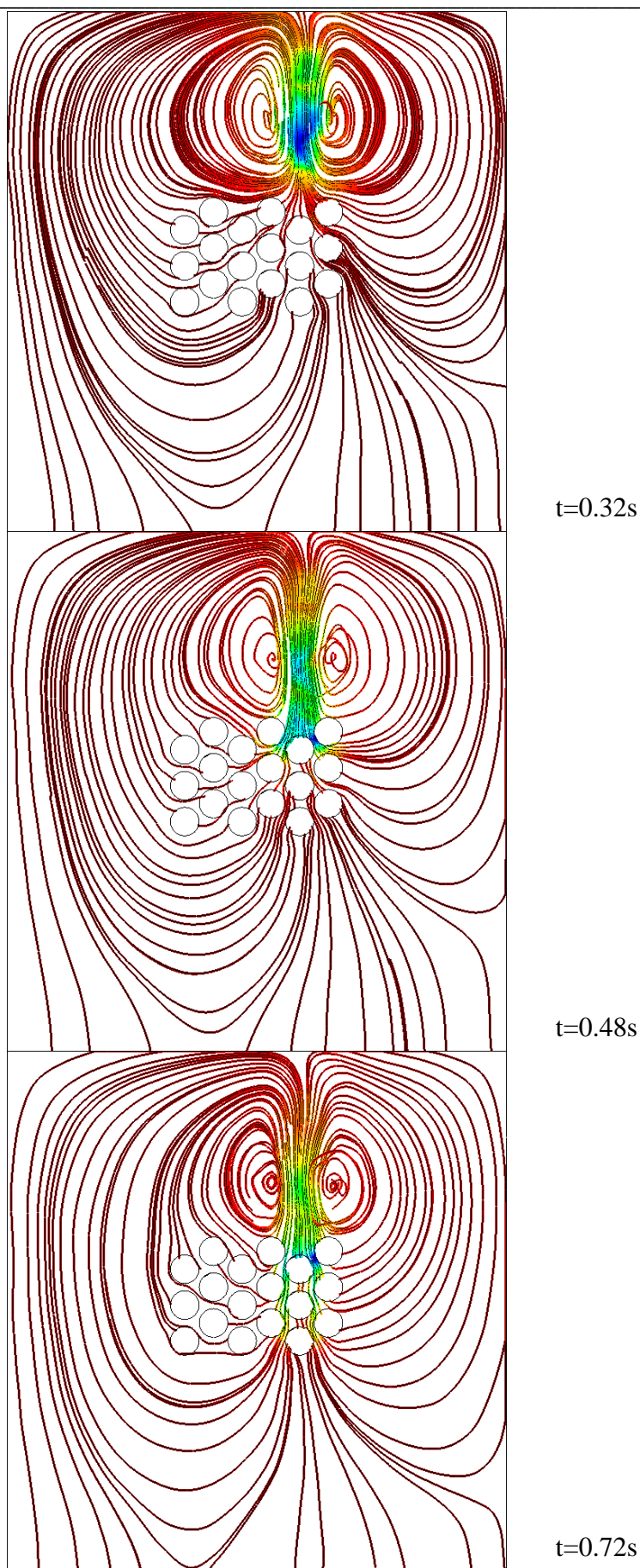


Figure II.21: Lignes de courants engendrés par le déplacement de 100 particules superposées



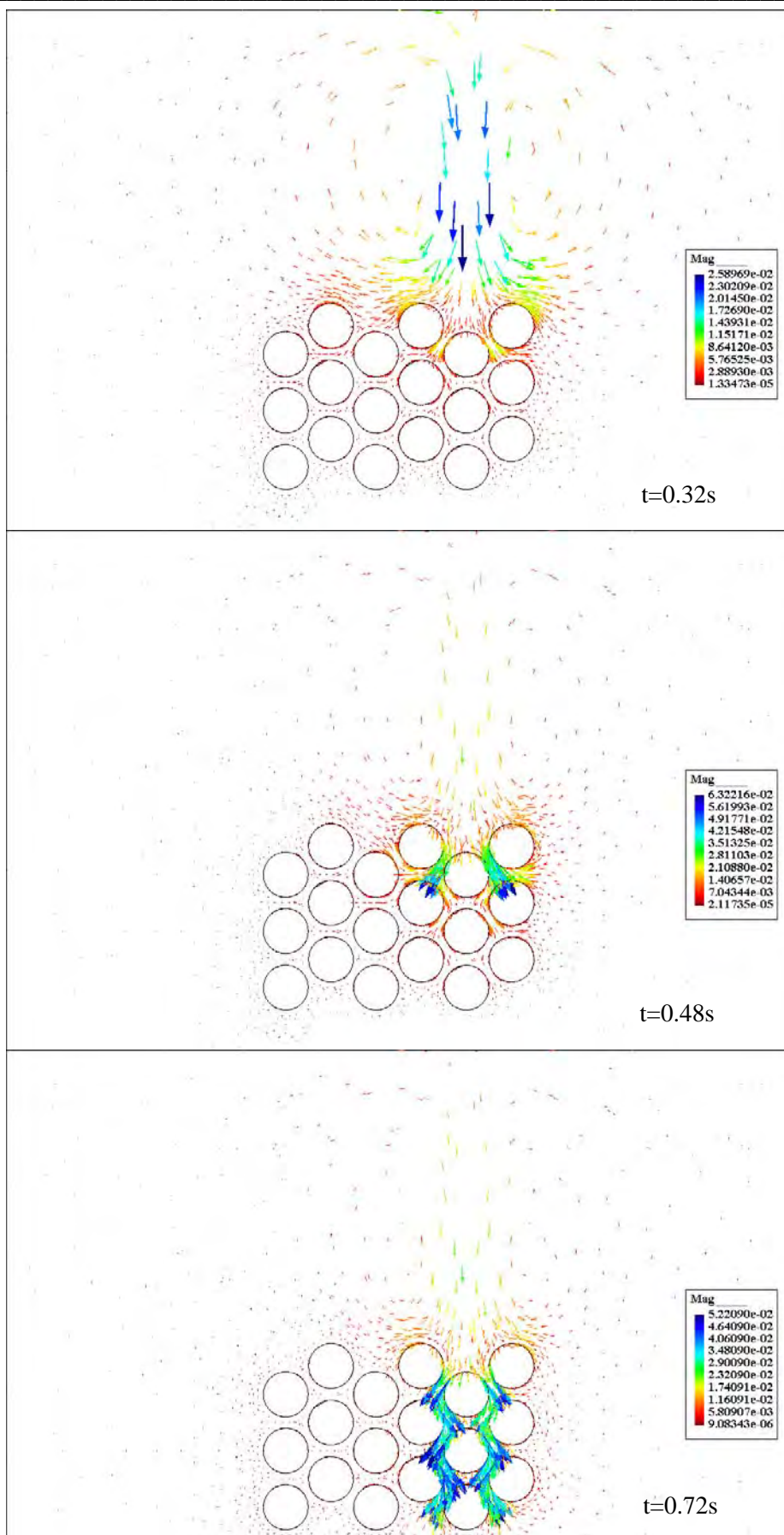


Figure II.22: Champ de vitesse engendré par le déplacement de 100 particules dispersées

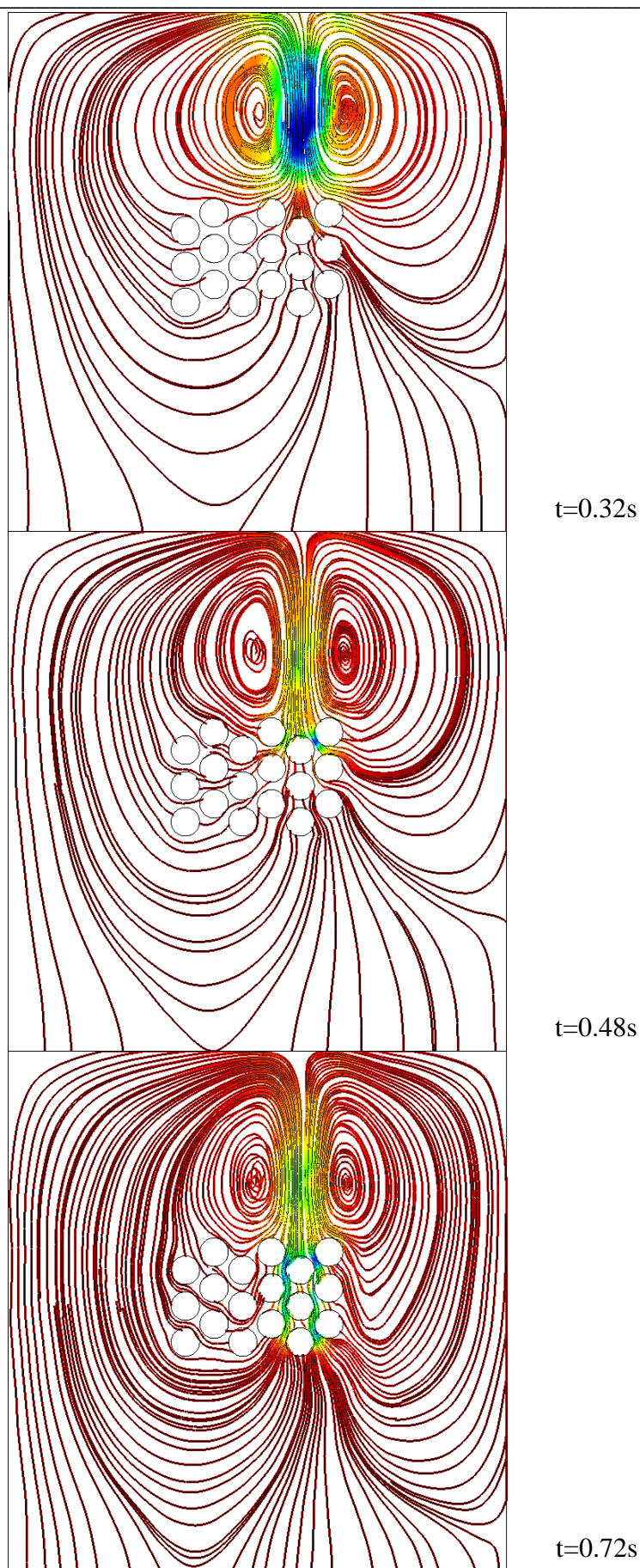


Figure II.23: Lignes de courants engendrées par le déplacement de 100 particules dispersées



A l'instant  $t=0.32s$ , on remarque que la vitesse du fluide descendant pour le cas de particules superposées et dispersées sont les mêmes et sont supérieures de 50 fois la vitesse d'une particule isolée. La porosité est d'environ 0.5 pour les deux cas de particules.

A  $t=0.48s$ , elles se trouvent dans le premier rétrécissement du milieu poreux. La vitesse de fluide, dans le cas de particules dispersées, est légèrement grande par rapport à la vitesse de fluide des particules superposées, parce que, ces dernières sont entraînées en même temps dans le rétrécissement, alors le fluide se déplace vers le haut et empêche momentanément le déplacement de particules. Plus le nombre de particules est important dans le pore, plus la vitesse du fluide ascendant est importante.

Comme on peut le constater sur les figures (Figure II.18, Figure II.20 et Figure II.22), la vitesse du fluide descendant est la même pour les deux cas d'état de billes (superposées et dispersées). Les particules qui étaient piégées momentanément à l'entrée sont libérées et par conséquent leurs vitesses augmentent au fur et à mesure dans les rétrécissements suivants.

Pour bien illustrer l'effet du mouvement de la particule sur le fluide, on considère 5 coupes verticales du milieu poreux d'abscisse 0.2cm, 0.7cm, 1, cm, 1.2cm et 1.8 cm. Sur chaque coupe, on calcule la vitesse dans chacune des gorges représentées sur la Figure II.24. Pour chaque gorge, on calcule la moyenne des cinq valeurs obtenues. Les vitesses du fluide illustrées par les figures (Figure II.25, Figure II.26, Figure II.27) représentent la variation en fonction du temps de cette vitesse moyenne dans chaque gorge.

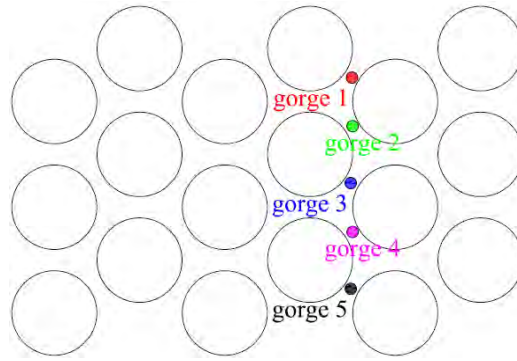


Figure II.24: zones de prélèvement des champs de vitesse du fluide.

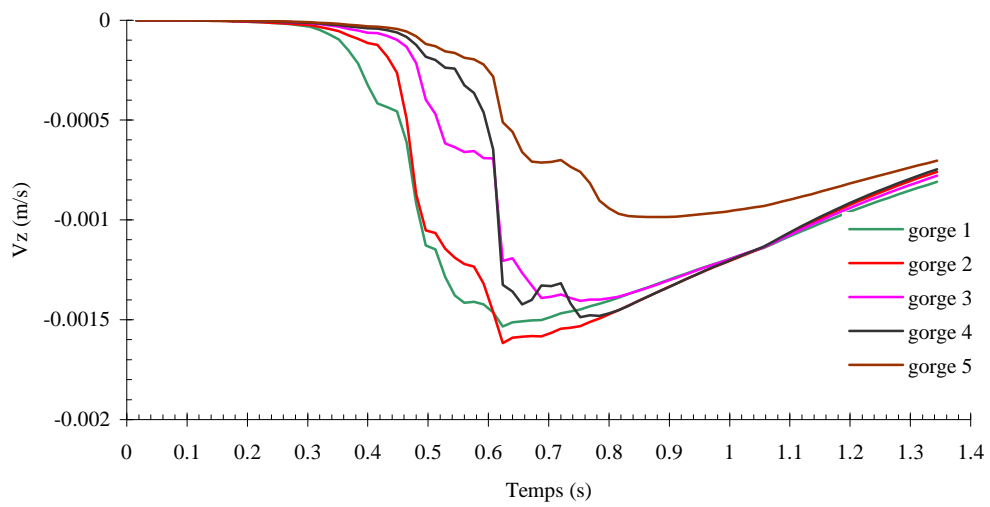


Figure II.25: Vitesse moyennes du fluide au sein des 5 rétrécissements - cas d'une particule isolée

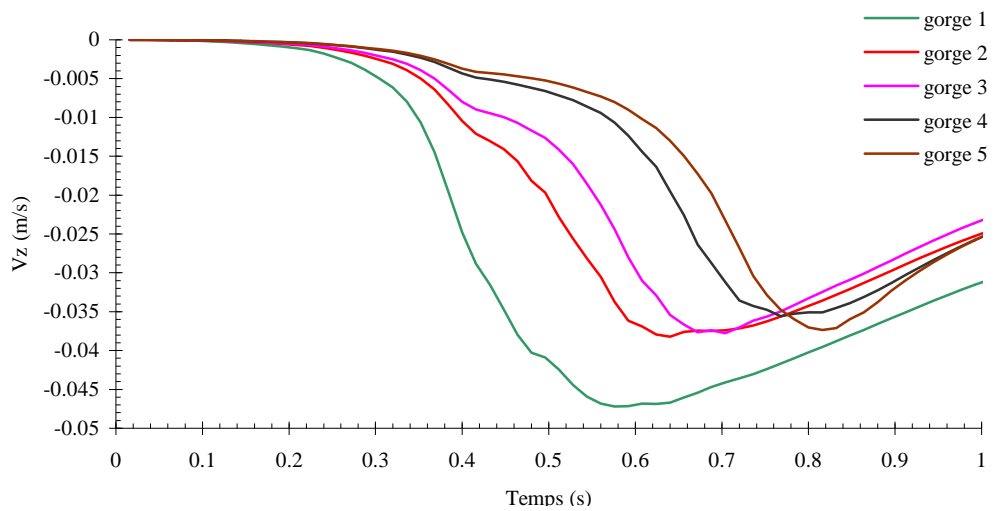


Figure II.26: Vitesse moyennes du fluide dans les 5 rétrécissements - cas de 100 particules superposées

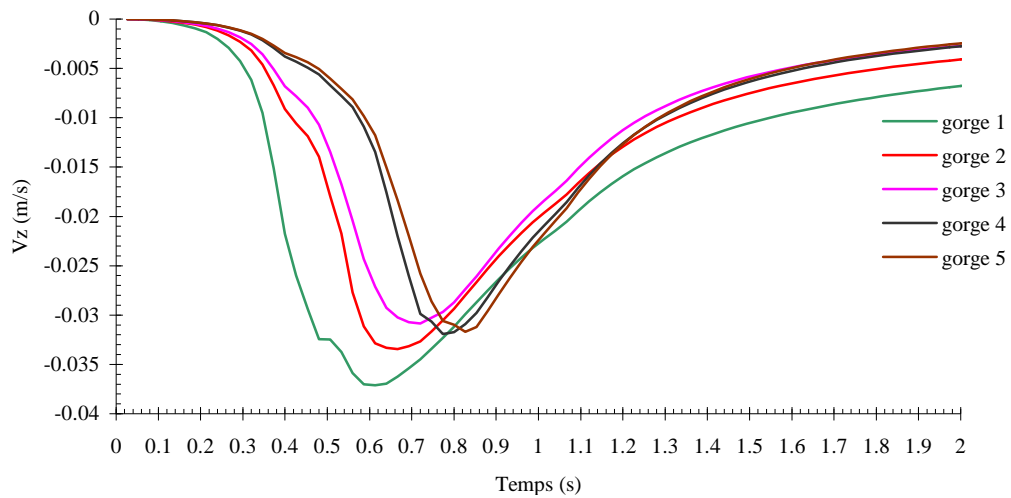


Figure II.27: Vitesse moyennes du fluide dans les 5 rétrécissements - cas de 100 particules dispersées

A partir des figures (Figure II.25, Figure II.26, Figure II.27), on remarque que la vitesse du fluide commence à augmenter à l'instant  $t=0.32$ s qui correspond au premier contact de particules avec les grains du milieu poreux. Cette vitesse atteint un maximum lorsque la particule dépasse la gorge n°1. Une fois la particule (ou les particules) s'éloigne de la gorge n°1, le fluide reprend son état initial lentement.

La comparaison des figures (Figure II.25, Figure II.26), montre que la vitesse du fluide dans le cas d'un amas de 100 particules superposées est presque 30 fois plus grande que la vitesse de fluide engendrée par le mouvement d'une bille isolée. De même, on remarque qu'à partir de la Figure II.25 et la Figure II.27 que la vitesse de fluide d'un amas de particules dispersées est presque 20 fois plus grande que la vitesse de fluide engendrée par le mouvement d'une bille isolée.

Dans les deux cas d'amas de particules, la vitesse du fluide dans la première gorge atteint son maximum dans le même instant. Cependant, la vitesse de fluide provoquée par le déplacement d'une bille isolée atteint son maximum un peu avant que les autres cas.

### **II.3.5. Conclusion**

La bonne adéquation entre les vitesses de chute de particules dans un réseau poreux 2D obtenues expérimentalement et numériquement, démontre la capacité du couplage PFC3D CCFD-FINAS à simuler le transport diphasique de particules solides dans un milieu poreux saturé. Cette validation nécessite cependant de prendre des dispositions contraignantes:

- le maillage fluide doit être assez raffiné au niveau des passages étroits ;
- le pas de temps de PFC3D est artificiellement rallongé tout en restant inférieur au pas de temps fluide.

Les résultats indiquent clairement le ralentissement des particules dû à l'interaction avec le milieu poreux. Pour des particules pesantes autour de 1 mm de diamètre, cette interaction se compose de chocs, de roulement, de frottement et de chute en milieu très confiné. Le comportement des particules dépend non seulement de la taille des particules par rapport à la gorge, mais aussi de leur état initial avant l'infiltration dans le milieu poreux.

### **Chapitre III. Contribution à la formulation de la perméabilité intrinsèque de matériaux poreux granulaires**



### **III.1. Introduction**

Les applications liées aux écoulements à travers un milieu poreux sont rencontrées dans de nombreux domaines d'ingénierie tels que le génie chimique, le génie pétrolier, le génie pharmaceutique, le génie des procédés (filtration, séparation ...), le génie civil (géotechnique, la dépollution des sols, la durabilité des matériaux) ... Dans le cas des applications en génie civil, les problèmes engendrés par la présence d'eau sont fondamentaux en ce qui concerne les travaux souterrains, la stabilité des ouvrages (digues de barrage, les problèmes liés à la liquéfaction...), les réservoirs souterrains.

Généralement, dans la plupart des cas d'écoulement de fluide dans un milieu poreux, il est nécessaire de déterminer la résistance hydraulique de ce milieu pour contribuer à la caractérisation de son comportement. Vu la variation de la composition granulométrique des matériaux poreux rencontrés (sol, matériaux de construction, filtres,...) une étude à l'échelle microscopique est primordiale pour se rapprocher au mieux de la réalité. Cependant des hypothèses simplificatrices sont nécessaires pour réduire la complexité du problème. Par exemple, dans le cas des matériaux granulaires, on peut avoir différentes formes de pores ou de particules. La simplification de la structure en considérant des empilements de sphères conduit à des lois de perméabilité qui se rapproche de la réalité et permet de comprendre l'influence de paramètres tels que les arrangements du milieu, porosité, polydispersité...

Le plus souvent, les essais de perméabilité sont longs et demandent plusieurs tests sur différents échantillons. Ainsi, le calcul de la perméabilité pourrait présenter une alternative à la mesure. Ce calcul pourrait se faire soit par une méthode analytique soit par voie numérique. Cette dernière a montré une avancée au niveau de la disponibilité d'outils informatiques puissants permettant une étude à l'échelle du pore.

Dans ce chapitre, on a utilisé la méthode de couplage CFD-DEM pour simuler des écoulements dans des empilements de sphères périodiques afin de calculer la perméabilité. Les résultats obtenus sont comparés aux solutions quasi-analytiques afin de juger de la qualité du couplage CFD-DEM. Cette étape de validation permettra dans le chapitre suivant de réaliser des simulations sur des empilements de sphères

désordonnées et mobiles avec une bonne connaissance de la qualité de la résolution de l'écoulement de fluide moteur des réorganisations dans le milieu poreux.

### III.2. Etude bibliographique

La description de la dynamique de la phase fluide d'un milieu poreux repose sur l'analyse des différentes forces qui la conditionnent. La combinaison de ces forces peut être plus moins complexe, selon les caractéristiques du domaine étudié. Pour réduire la complexité du problème, on représente le milieu poreux soit par un ensemble de tubes capillaires d'ouvertures uniformes soit par un ensemble de corps immergés dans un fluide (Bird *et al.* (2002) ; Dullien (1992)).

En réalité, le fluide en mouvement traverse une série de rétrécissements formés par des grains constituant le milieu poreux. Ces rétrécissements sont irréguliers le long d'un milieu poreux désordonné. La compréhension de la dynamique du fluide traversant un tel milieu est basée sur des approches macroscopique et microscopique.

A l'échelle macroscopique, on considère un milieu poreux homogène saturé, de section droite  $S$  à travers laquelle un fluide incompressible de viscosité dynamique  $\mu$  s'écoule. Le débit volumique  $Q$  en régime laminaire peut être décrit par :

$$Q = KS \frac{\Delta P}{L} \quad (3.1)$$

$\Delta P / L$  est le gradient de pression moyen dans la direction de l'écoulement le long d'un échantillon de longueur  $L$ . On peut écrire la formule générale d'écoulement d'un fluide à travers un milieu poreux sous la forme :

$$\vec{U} = -\bar{\bar{K}} \vec{\nabla} P \quad (3.2)$$

où  $\vec{U}$  est la vitesse superficielle,  $\bar{\bar{K}}$  est le tenseur de perméabilité qui dépend des propriétés du milieu poreux (structure, porosité, taille des grains) et des propriétés du fluide (nature du fluide, viscosité dynamique, ...),  $\vec{\nabla} P$  est le vecteur de gradient de pression.

$$P = p + \rho g z \quad (3.3)$$



où  $P$  est la pression piézométrique,  $p$  est la pression hydrostatique,  $\rho$  la densité du fluide qui s'y écoule, et  $z$  la cote.

Cette approche remonte aux travaux d'Henri Darcy en 1856 (cité par Marle 2006). La loi de Darcy est couramment utilisée pour l'étude d'un écoulement laminaire à travers un milieu poreux à l'échelle macroscopique. Elle néglige les forces d'inertie et les échanges physico-chimiques entre le fluide et le solide.

Si on considère l'écoulement unidirectionnel et le milieu isotrope, le gradient de pression prend la forme de l'équation (3.4). A l'échelle microscopique, pour des faibles nombres de Reynolds ( $Re_p \ll 1$ ), la loi de Stokes qui traduit la proportionnalité entre le gradient de pression et la vitesse, conduit à l'équation suivante :

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{\mu}{k} U \quad (3.4)$$

où  $\mu$  la viscosité dynamique du fluide,  $k$  est la perméabilité intrinsèque qui dépend de la géométrie des grains, des pores du milieu poreux, de l'état de surface des grains et de la tortuosité. Elle est parfois appelée perméabilité géométrique.

La perméabilité intrinsèque est une grandeur physique importante à déterminer pour caractériser le transport dans les matériaux poreux. Sa mesure est difficile ou longue à réaliser. Ainsi, de nombreux chercheurs se sont attachés à élaborer des modèles physiques de perméabilité qui permettraient de la caractériser à partir de grandeurs plus facilement mesurables comme la porosité et la surface spécifique. Ces modèles physiques s'appuient sur la représentation du milieu poreux selon des empilements périodiques ou aléatoires de particules de géométrie régulière ou de conduits. Les empilements périodiques auxquels on s'intéresse sont les empilements : cubique à faces centrées (FCC : Faced Centred Cubic), cubique centré (BCC : Body Centred Cubic) et cubique simple (SC : Simple Cubic). On présente ci-dessous une revue des différents modèles structuraux imaginés par les chercheurs pour aboutir à la formulation de la perméabilité d'un matériau granulaire.

### III.2.1. Modèles structurels de milieux poreux

Deux visions fondamentales des milieux poreux utilisés pour le traitement de l'interaction entre le liquide et les particules solides existent :

- le milieu poreux est représenté par un réseau de conduits parallèles ou de conduits interconnectés : l'interaction entre le liquide et un conduit est représentée par la loi de Poiseuille ;
- le milieu poreux est représenté par un empilement de particules solides (grains, disques, fibres,...) autour desquelles s'écoule le liquide : l'interaction liquide-solide est représentée par la loi de Stokes ;

#### *III.2.1.1. Perméabilité d'un milieu poreux représenté par un réseau de conduits*

Les pores du milieu poreux sont constitués de conduits parallèles ou interconnectés.

##### *III.2.1.1.1. Réseau de conduits parallèles*

Cette approche est basée sur le modèle semi heuristique (modèle inventé) de l'écoulement de fluide à travers une matrice poreuse utilisant le concept du diamètre hydraulique. Dans la littérature, il est connu sous le nom de « modèle de Kozeny-Carman » et aussi modèle des tubes capillaires.

Ce modèle considère le milieu comme un ensemble de canaux tortueux dans lesquels l'écoulement est moyennement unidirectionnel. Il est basé sur la tortuosité qui est relié au rapport de la longueur du chemin réel suivi par le fluide à la longueur du chemin apparent (longueur de l'échantillon), défini par :

$$T = \left( \frac{L_r}{L_a} \right)^2 \quad (3.5)$$

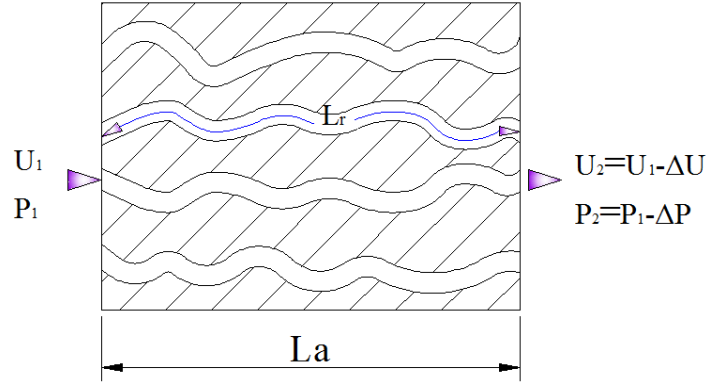


Figure III.1: Milieu poreux représenté par des tubes capillaires ondulés en 1D.

La loi de perméabilité de Kozeny-Carman (Dullien (1992)) est reliée directement à des paramètres qu'on peut définir expérimentalement telles que la porosité et la surface spécifique d'un milieu poreux. La surface spécifique est la surface interne d'un pore moyen par unité de volume du milieu poreux.

Ce modèle de perméabilité se sert de la surface spécifique pour évaluer l'ouverture moyenne des pores ( $r_m$  rayon moyen des pores). On peut l'écrire sous la forme :

$$S_v = N \frac{(2\pi r_m) L_r}{S L_a} \quad (3.6)$$

où  $S$  est la section transversale du milieu poreux comprenant  $N$  tubes capillaires.

Dans ce cas, la porosité s'écrit :

$$\varepsilon = N \frac{(\pi r_m^2) L_r}{S L_a} \quad (3.7)$$

A partir des équations (3.6) et (3.7) on peut réécrire la surface spécifique en fonction de la porosité par :

$$S_v = \frac{2\varepsilon}{r_m} \quad (3.8)$$

Si on considère un écoulement traversant un tube capillaire isolé, la relation entre la perte de charge et la vitesse est donnée par la relation de Poiseuille suivante :

$$Q = \frac{\pi r^4 \Delta P}{8\mu L_r} \quad (3.9)$$

Par conséquent, le débit qui traverse un ensemble de tubes capillaires parallèles s'écrit :

$$Q = N \frac{\pi r_m^4 \Delta P}{8 \mu L_r} \quad (3.10)$$

Par l'application des équations (3.1), (3.4), (3.5) et (3.7) dans l'équation (3.10), la perméabilité intrinsèque s'écrit par :

$$k = \frac{\varepsilon r_m^2}{8T} \quad (3.11)$$

Pour inclure, les effets tridimensionnels, Carman a considéré le milieu poreux comme un système composé de trois ensembles de tubes capillaires perpendiculaires deux à deux. Pour une différence de pression appliquée dans l'une des trois directions, seul un ensemble de tubes capillaires participera au transport du fluide. La perméabilité donnée par l'équation (3.11) sera de ce fait réduite d'un facteur 3 par rapport au cas précédent. On obtient alors :

$$k = \frac{\varepsilon r_m^2}{24T} \quad (3.12)$$

Par l'application de l'équation (3.8) dans (3.12), la perméabilité en fonction de la surface spécifique et la tortuosité s'écrit de la manière suivante :

$$k = \frac{\varepsilon}{24T} \left( \frac{2\varepsilon}{S_v} \right)^2 = \frac{\varepsilon^3}{6S_v^2 T} \quad (3.13)$$

Cette équation peut s'écrire plus généralement sous la forme :

$$k = \frac{\varepsilon^3}{k_0 S_v^2 T} \quad (3.14)$$

#### III.2.1.1.2. Réseau de conduits interconnectés

La structure est composée par des tubes-jonctions où la jonction est un pore qui joue le rôle d'un nœud du réseau. La distribution des tailles des pores de la structure se fait soit de manière périodique (Koplik (1982) ; Marusic (2004) ; Mazaheri *et al.* (2005) ; Jeong et Corapcioglu (2005)) soit de manière aléatoire pour se rapprocher d'un milieu poreux réel (Ng et Payatakes (1985) ; Koplik et Lasseter (1985) ; Yiotis *et al.* (2007)). Cependant, le modèle de réseau de conduits interconnectés demande des informations liées à la structure et à la taille des pores difficiles à obtenir, ce qui ne facilite pas son application.

Fatt (1956) est parmi les premiers qui ont pensé à modéliser les milieux granulaires par des réseaux de tubes interconnectés en 2D pour le calcul de la perméabilité et de la perméabilité relative de deux fluides non-miscibles. L'intersection des tubes est modélisée par des points (boules) sans dimension. Ce modèle est connu sous le nom de « boules et tubes ». Pour le calcul de la perméabilité, il met en pratique l'analogie entre réseaux de tubes conducteurs de fluide et réseaux de résistances, en construisant réellement des réseaux électriques avec des éléments conducteurs de résistance variable.

Dans le même contexte, Koplik (1982) a effectué des calculs sur des réseaux réguliers en deux dimensions comprenant des cercles de rayons différents. Ces cercles représentent les gorges. Ils sont connectés par des conduits de rayon aléatoire calculé par l'application de la fonction densité de probabilité. Le nombre de coordination du réseau varie de façon aléatoire entre 2 et 8. La mouillabilité peut varier spatialement. Le mouvement des fluides est calculé à la base par la loi de Poiseuille.

Son choix de géométrie de réseaux est basé sur des formes bien définies schématisées dans la Figure III.2 :

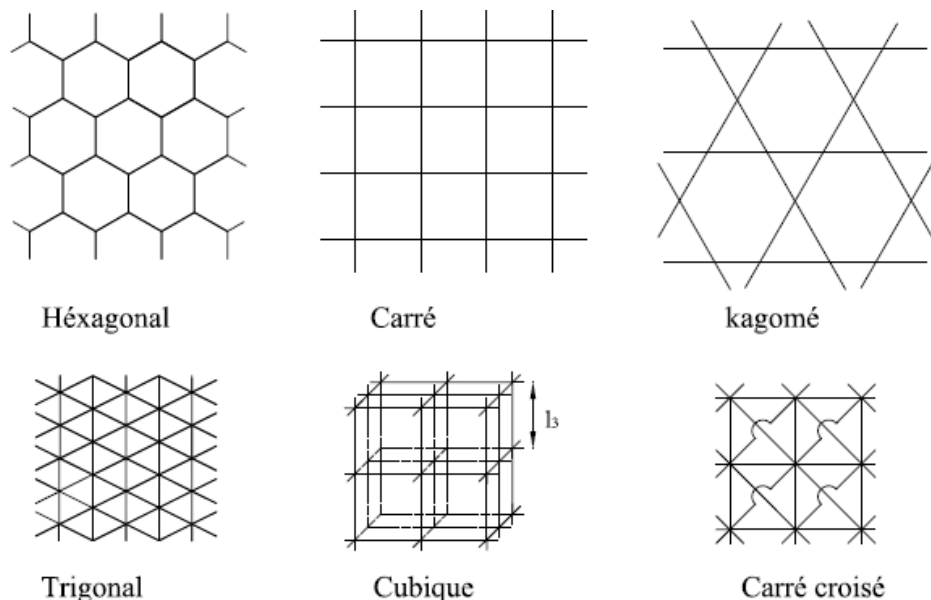


Figure III.2: Structures de milieux poreux utilisées par Koplik (1982)

Par analogie électrique, la perméabilité peut être reliée à la conductance électrique «  $g_m$  » par l'équation suivante en 2D et 3D respectivement:

$$\left(\frac{k}{\mu}\right) = g_m (C) t_2 \quad (3.15)$$

$$\left(\frac{k}{\mu}\right) = \frac{g_m (C) t_3}{l_3} \quad (3.16)$$

Avec  $g_m$  varie d'une structure à l'autre, «  $C$  » est le nombre de conduits reliés à un nœud (voir Figure III.2),  $t_2$  et  $t_3$  sont les tortuosités en 2D et 3D, respectivement ; ils dépendent de la structure étudiée et  $l_3$  la longueur du tube entre deux pores (de centre à centre).

### ***III.2.1.2. Perméabilité d'un milieu poreux représenté par un réseau de sphères***

#### ***III.2.1.2.1. Réseaux périodiques monodisperses de sphères***

Happel (1958) fût un des premiers à modéliser un milieu poreux par assemblage de sphères. L'écoulement est résolu autour d'une particule entourée d'une enveloppe sphérique (appelée cellule). La taille de cette cellule dépend de la porosité de l'empilement. Cette approche ne prend pas en compte l'influence de l'écoulement en présence d'autres particules voisines ainsi que celle de la structure d'arrangement des sphères du milieu poreux. Ce modèle est très simpliste, mais a inspiré de nombreux chercheurs qui ont développé des modèles périodiques plus élaborés.

Le milieu poreux est divisé par un ensemble de cellules unitaires de forme cubique (Figure III.3). De façon périodique dans l'espace, chaque unité contient le même nombre et la même structure d'arrangement de sphères. Zick et Homsy (1982), Sangani et Acrivos (1982) et Larson et Higdon (1982) ont montré que la perméabilité est sensible à la structure de l'arrangement des sphères.

Dans la littérature les structures d'arrangement de sphères couramment utilisées sont : Cubique Simple (SC), Cubique Centrée (BCC) et Cubique à face centrée (FCC). Ces réseaux sont illustrés par la figure suivante :

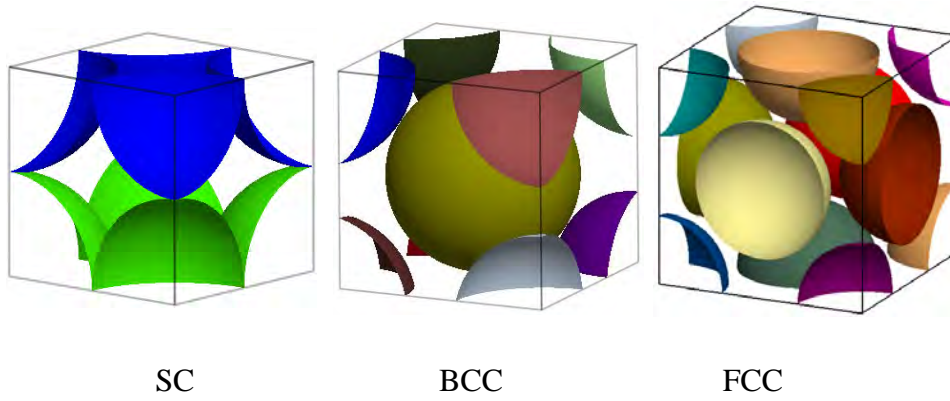


Figure III.3: cellules unitaires pour différentes structures cristallines d'arrangement de sphères

L'écoulement autour des particules est résolu par l'utilisation de l'équation de Navier Stokes. La résistance totale de l'empilement à l'écoulement d'une phase fluide est rendue égale à la résistance macroscopique par l'utilisation de la loi de Darcy, pour en déduire la perméabilité intrinsèque de cet empilement.

Dans la littérature, la plupart des chercheurs ont développé des corrélations de la force de traînée d'un empilement de sphères par rapport à la force de Stokes d'une particule isolée. Selon Stokes, la force de traînée d'une particule sphérique isolée de rayon  $r$  s'écrit :

$$f_{\text{Stokes}} = 6\pi\mu rU \quad (3.17)$$

où  $U$  est la vitesse relative de la particule.

Cette force est utilisée pour normaliser la force de traînée réelle «  $f_D$  ». Ainsi, on écrit la force normalisée sous la forme suivante :

$$f^* = \frac{f_D}{f_{\text{Stokes}}} \quad (3.18)$$

La forme générale de la force de traînée d'une particule sphérique en milieu infini est donnée par l'équation (1.69).

L'équation (3.17) est identique à l'équation (1.69) quand  $C_D = 24 / \text{Re}_p$ . Cette force est proportionnelle au gradient de pression moyen dans un système très dilué de particules sphériques identiques, Ce gradient de pression s'écrit :

$$\left(\frac{\Delta P}{L}\right)_{\text{Stokes}} = \frac{9\mu U (1-\varepsilon)}{2r^2 \varepsilon} \quad (3.19)$$

Hasimoto (1959) analysa l'écoulement pour  $Re_p \ll 1$  à travers des empilements périodiques de sphères de type cubique. Il a représenté le réseau cubique par un système « point-force » pour représenter les sphères des trois empilements cubiques classiques. En utilisant les séries de Fourier, il obtient la solution périodique fondamentale spatiale de l'équation de Stokes. En s'inspirant d'une étude de cristallographie et par application des constantes de Madelung, il a exprimé la force agissante sur une sphère d'un empilement périodiques de sphères SC, BCC et FCC. Cette force normalisée par la force de Stokes (équation (3.17)) pour les trois types d'empilement cités ci-dessus a la forme suivante :

$$f_{\text{Hasimoto}}^* = \begin{cases} \left(1 - 1.7601\sqrt[3]{1-\varepsilon} + (1-\varepsilon) - 1.5593(1-\varepsilon)^2 + O\left(\sqrt[3]{(1-\varepsilon)^8}\right)\right)^{-1} & \text{SC} \\ \left(1 - 1.7918\sqrt[3]{1-\varepsilon} + (1-\varepsilon) - 0.3292(1-\varepsilon)^2 + O\left(\sqrt[3]{(1-\varepsilon)^8}\right)\right)^{-1} & \text{BCC} \\ \left(1 - 1.7917\sqrt[3]{1-\varepsilon} + (1-\varepsilon) - 0.3020(1-\varepsilon)^2 + O\left(\sqrt[3]{(1-\varepsilon)^8}\right)\right)^{-1} & \text{FCC} \end{cases} \quad (3.20)$$

Ces équations ne sont valides que pour des systèmes de sphères très dilués (Sahimi, 2011).

Zick et Homsy (1982) ont calculé la force de traînée pour une grande gamme de fractions volumiques solides en utilisant la méthode des intégrales de frontière (BEM : Boundary Element Method). Cette méthode à intégrer sur la frontière du domaine des forces ponctuelles définies par des fonctions de Green.

Pour un système périodique SC, les résultats d'Hasimoto (1959) et de Zick et Homsy (1982) sont les mêmes pour des fractions volumiques solides inférieures à 0.125. En effet, dans l'intervalle des fractions volumiques solides [0.000125 ; 0.125], l'erreur varie de 0.25% à 7.55%. Par contre, leurs résultats commencent à s'éloigner les uns des autres à partir d'une fraction volumique de 0.216 (l'erreur varie de 43.32% à 184.66%).

Zick et Homsy ont calculé la force de traînée d'un réseau périodique en régime d'écoulement de Stokes à partir de la formule suivante :



$$\left(\frac{\Delta P}{L}\right)_{\text{Zick et Homsy}} = \frac{9\mu U}{2r^2}(1-\varepsilon)\varphi(\varepsilon) \quad (3.21)$$

Par l'application des équations (3.18), (3.19) et (3.21), la forme de la force de traînée normalisée dans leur cas est :

$$f_{\text{Zick et Homsy}}^* = \varphi(\varepsilon)\varepsilon \quad (3.22)$$

Où  $\varphi(\varepsilon)$  est la solution numérique du calcul de la force de traînée par la méthode de Galerkin.

Les valeurs  $\varphi(\varepsilon)$  sont présentées en détail dans l'article de Zick et Homsy (1982) et sont rappelées dans le Tableau III.1 :

porosité	Réseau SC : $\varphi(\varepsilon)$	Réseau BCC : $\varphi(\varepsilon)$	Réseau FCC : $\varphi(\varepsilon)$
0.999875	1.096	1.098	1.098
0.999	1.212	1.217	1.217
0.992	1.525	1.539	1.539
0.973	2.008	2.044	2.044
0.936	2.810	2.889	2.889
0.875	4.292	4.447	4.446
0.784	7.442	7.739	7.758
0.657	15.4	16.3	16.6
0.55	28.1	31.7	33.5
0.4764	42.1	51.7	57.4
0.4		88.9	108
0.3198		163	229
0.28			349
0.2595			435

Tableau III.1: Forme de la force de traînée pour différentes porosités et réseaux périodiques de sphères (d'après Zick et Homsy 1982)

De même, Sangani et Acrivos, 1982 ont complété l'équation (3.20) pour l'étendre aux grandes fractions volumiques. Ils proposent pour l'empilement SC de sphères :

$$f_{\text{Sangani et Acrivos}}^* = \left( 1 - 1.7601\sqrt[3]{(1-\varepsilon)} + (1-\varepsilon) - 1.5593(1-\varepsilon)^2 + 3.9799\sqrt[3]{(1-\varepsilon)}^8 - 3.0734\sqrt[3]{(1-\varepsilon)}^{10} + O\left(\sqrt[3]{(1-\varepsilon)}^{-11}\right) \right)^{-1} \quad (3.23)$$

Ils ont également proposé des relations pour des réseaux BCC et FCC. Leurs résultats sont en bon accord avec Hasimoto pour des faibles fractions volumiques et commencent à s'en éloigner, et aussi de ceux de Zick et Homsy à partir des fractions volumiques supérieures à 0.343. Pour des grandes fractions volumiques la théorie de Sangani et Acrivos sous-estime la force de traînée.

Larson et Higdon (1989) ont mené une étude numérique sur des empilements périodiques de sphères. Le problème de l'écoulement de Stokes est résolu en utilisant une méthode de collocation de points basée sur l'expansion harmonique de la vitesse qui utilise une solution générale de Lamb en coordonnées sphériques. La fraction volumique étudiée dans ce cas varie de 0.000125 jusqu'à 0.99 (jusqu'à l'interpénétration de sphères).

Les résultats de Larson et Higdon et de Zick et Homsy sont très proches pour toutes les fractions volumiques, jusqu'au contact des sphères. De plus, Larson et Higdon ont rajouté la prédiction de la perméabilité pour des grandes fractions volumiques allant jusqu'à 0.99.

La Figure III.4 représente une comparaison des différentes corrélations de la force de traînée normalisée en fonction de la porosité.

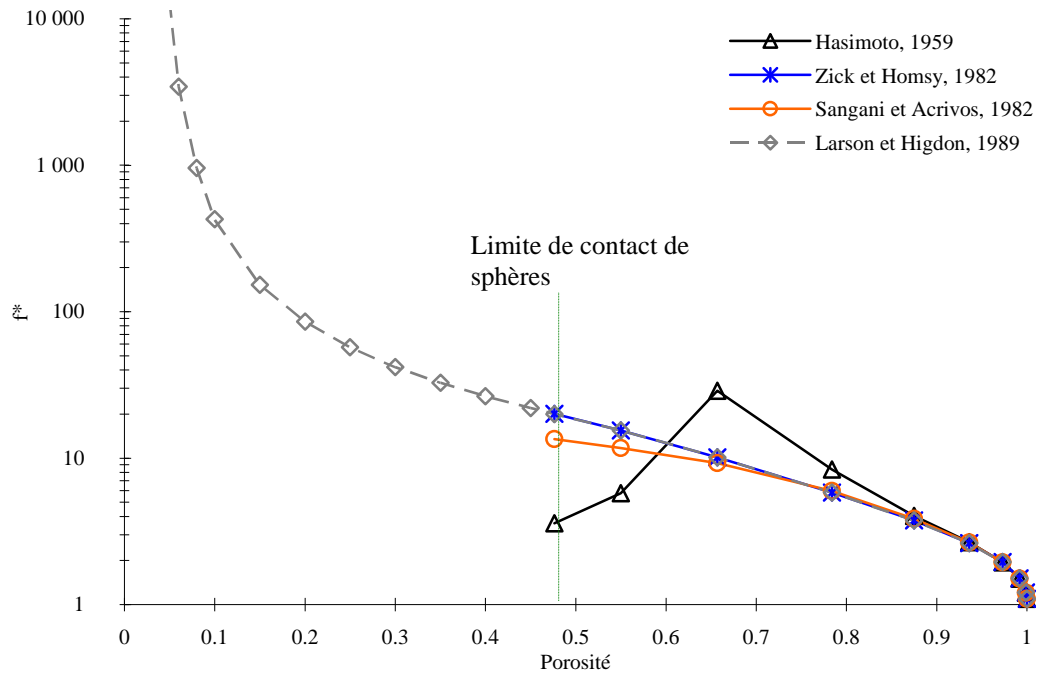


Figure III.4: Force de traînée normalisée en fonction de la porosité en SC

#### III.2.1.2.2. Système aléatoire de sphères monodisperses

De nombreuses recherches ont été consacrées à la prédiction et au développement de corrélations de la force de traînée de système de sphères monodisperses désordonnées. Les corrélations ont été développées à partir d'essais expérimentaux sur des empilements de sphères (Ergun (1952) ; Rumpf et Gupte (1979) ; MacDonald *et al.* (1979)), sur des lits fluidisés (Lewis *et al.* 1949 ; Wen et Yu 1966 ; Kmiec 1982 ; Di Felice (1994) ; Gibilaro (2000) ; Mazzei et Lettieri (2007)), à partir d'expérience de sédimentation (Richardson et Zaki (1954) ; Batchelor (1972) ; Chong *et al.* (1979) ; Davis et Gecol (1994) ; Di Felice (1999)), ou à partir de simulations numériques (Hill *et al.* (2001a et 2001b) ; Van der Hoef *et al.* (2005) ; Beetstra (2005) ; Beetstra *et al.* (2007)). Par ailleurs, il existe d'autres formes de corrélations déduite de résultats expérimentaux (Di Felice (1994)), ou sur la base de calculs numériques (Benyahia *et al.* (2006)).

Suite à des expériences de visualisation de champs de vitesses dans des milieux poreux, Carman a observé que le vecteur vitesse interstitielle était incliné de  $45^\circ$  par rapport à la vitesse macroscopique. Ainsi, il était arrivé à la conclusion que dans un massif de sable non consolidé, la tortuosité est  $T=2$ . Ce résultat l'a conduit à proposer

une valeur de 5 pour  $k'$ , ( $k'$  est nommée la constante de Kozeny), avec  $k' = k_0 T$ , de l'équation (3.14). Cette approche n'est cependant utilisable que pour des grains et des empilements de géométries simples ou lorsque la taille des pores ne varie pas dans de grandes proportions.

La surface spécifique des grains solides  $S_v$  est reliée à la surface spécifique des pores par la relation :

$$S_v^p = \frac{S_v}{(1-\varepsilon)} \quad (3.24)$$

L'approche de Carman est intéressante lorsqu'on a affaire à des géométries composées de grains identiques de rayon  $r$ , l'équation (3.24) aura la forme suivante :

$$S_v^p = \frac{3}{r} \quad (3.25)$$

Par la combinaison des équations (3.24), (3.25) et (3.14), l'équation de Kozeny-carman s'écrit :

$$k = \frac{4r^2}{180} \frac{\varepsilon^3}{(1-\varepsilon)^2} \quad (3.26)$$

Zick et Homsy (1982) ont remarqué que leurs résultats sont proches de la théorie de Carman pour des fractions volumiques supérieures à 0.5. Ils proposent dans cet intervalle la formule suivante :

$$\varphi(\varepsilon) = \frac{10(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3} \quad (3.27)$$

Pour un empilement périodique de sphères FCC de fraction volumique solide supérieure à 0.5, l'erreur trouvée par l'utilisation de l'équation (3.27) et par l'application de la théorie de Carman est de l'ordre de 15%.

Le modèle d'Ergun (1952) cité dans (Alazmi et Vafai (2001) ; Jiang *et al.* (2004)), relie la résistance au gradient de pression pour analyser le milieu poreux. Si on considère un empilement de sphères identiques désordonnées, l'équation d'Ergun s'écrit comme suit :

$$\left(\frac{\Delta P}{L}\right)_{\text{Ergun}} = \frac{150}{4} \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \frac{\mu U}{r^2} + \frac{1.75}{2} \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3} \frac{\rho U^2}{r} \quad (3.28)$$

où  $\Delta P$  est la différence de pression entre l'entrée et la sortie d'un empilement de longueur  $L$ ,  $U$  la vitesse superficielle,  $\mu$  la viscosité dynamique du fluide,  $\rho$  sa densité et  $r$  le rayon de la particule sphérique. L'équation (3.28) est basée sur le rayon hydraulique moyen (Bird *et al.* (1960)). Le premier terme à droite de l'équation (3.28) représente l'équation de Blake-Kozeny, qui prend en compte l'effet des forces visqueuses et néglige celui de l'inertie. Le deuxième terme est appelé l'équation de Burke-Plummer, où les forces d'inertie deviennent dominantes par rapport aux forces visqueuses à partir du régime de transition (Bird *et al.* (1960)).

Les deux facteurs 150 et 1.75 de l'équation (3.28) ont une origine expérimentale. Nemec et Levec (2005) ont conclu que l'équation d'Ergun est surtout adaptée à des empilements de sphères de porosité entre 0.35 et 0.55.

Si on ne s'intéresse qu'au régime laminaire, l'équation (3.28) devient :

$$\left(\frac{\Delta P}{L}\right)_{\text{Ergun}} = \frac{150}{4} \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \frac{\mu U}{r^2} \quad (3.29)$$

La force de traînée est proportionnelle à ce gradient de pression. Le rapport des équations (3.29) et (3.19) conduit à la force de traînée d'Ergun normalisée

$$f_{\text{Ergun}}^* = \frac{150(1-\varepsilon)}{18\varepsilon^2} \quad (3.30)$$

Di Felice (1994) a proposé une corrélation de la force de traînée de systèmes de lits fluidisés et/ou de particules fixes. Cette corrélation est largement utilisée dans les codes d'interaction particules-fluide. Di Felice (1994) a mené une étude numérique sur différentes configurations de particules (lit fluidisé, sédimentation, et particules sphériques fixes). Il s'est basé dans son étude sur des données expérimentales : empilement de sphères fixes (Happel et Einstein (1954) ; Ergun (1952) ; Rumpf et Gupte (1971)) et sédimentation ou fluidisation (Zaki et Richardson (1954)) en fonction du nombre de Reynolds. Il a remarqué que la forme de la corrélation  $\varepsilon^{-\lambda}$  ne dépend que du nombre du Reynolds (Di Felice (1994) ; Di Felice (1995)). Ainsi, il a utilisé le coefficient de traînée d'une particule isolée proposé par Dallavalle (1948) (équation (1.71)).

On rappelle que la loi de la force de traînée donnée par Di Felice est représentée par les équations (1.68) et (1.70). On normalisant cette force par la force de Stokes, on obtient :

$$f_{Di\ Felice}^* = \frac{C_D Re_p}{24} \varepsilon^{-\lambda} \quad (3.31)$$

Hill *et al.* (2001a) ont utilisé la méthode lattice Boltzmann (LBM) pour simuler les écoulements à travers des réseaux de sphères (périodiques et aléatoires) monodisperses et polydisperses pour différentes porosités et différents nombres de Reynolds. Ils ont mené une étude numérique par LBM comparative aux études de Hasimoto (1959) ; Sangani et Acrivos (1982) ; Zick et Homsy (1982). Ils ont remarqué que leurs résultats sont en bon accord avec la théorie d'Hasimoto, pour des fractions volumiques inférieures à 0.02. De même, leurs résultats sont aussi en bon accord avec les données de Sangani et Acrivos. Ils ont également trouvé un bon accord avec les résultats de Zick et Homsy pour un système périodique de sphères (SC) couvrant toute la gamme de porosité allant jusqu'au contact entre les sphères ( $\varepsilon = 0.474$ ). Ils ont également effectué une comparaison de leurs résultats pour le système FCC à ceux de Sangani et Acrivos ; Zick et Homsy et aux simulations en LBM de Maier *et al.* (1998). Comme pour le réseau SC, un très bon accord est constaté entre les différents résultats. Par contre les résultats de Sangani et Acrivos commencent à s'éloigner des résultats d'Hill *et al.* (2001a) à partir des fractions volumiques supérieures à 0.55.

Hill *et al.* (2001a et 2001b) ont donc trouvé la formule suivante pour la force de traînée normalisée applicable à la fois aux systèmes périodiques et aléatoires:

$$f_{Hill\ et\ al}^* = f_0^* + \frac{1}{2} f_3^* Re_p \quad (3.32)$$

où

$$f_0^* = \begin{cases} \varepsilon \frac{1 + 3 \frac{\sqrt{(1-\varepsilon)}}{\sqrt{2}} + \frac{135(1-\varepsilon)\ln(1-\varepsilon)}{64} + 16.14(1-\varepsilon)}{1 + 0.681(1-\varepsilon) - 8.48(1-\varepsilon)^2 + 8.16(1-\varepsilon)^3} & \varepsilon > 0.6 \\ 10 \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^2} & \varepsilon < 0.6 \end{cases} \quad (3.33)$$

Le terme  $f_0^*$  est dérivé à partir de la corrélation de la force de traînée de Koch et Sangani (1999) pour des petits nombres de Reynolds. Le terme  $f_3^*$  est dérivé de la corrélation de la force de traînée de Koch et Hill (2001). Il dépend de la porosité et se présente comme suit :

$$f_3^* = 0.0673 + 0.212(1 - \varepsilon) + \frac{0.0232}{\varepsilon^5} \quad (3.34)$$

Par ailleurs, Beetstra (2005) et Van der Hoef *et al.* (2005) ont utilisé la même méthode LBM pour résoudre l'écoulement à travers des empilements de sphères mono et polydisperses aléatoires. Dans le cas de la configuration monodisperse qui nous intéresse, Beetstra et Van der Hoef *et al.* ont dérivé une nouvelle corrélation de la force de traînée à partir de la loi de Kozeny-Carman pour des systèmes dilués. La porosité étudiée varie de 0.4 à 0.9 avec un nombre de Reynolds allant de 0.2 à 1000. Beetstra (2005) ont mené une étude numérique comparative des lois de la force de traînée et des données de simulations numériques de (Kozeny-Carman ; Ergun (1952) ; Batchelor (1972) ; Ladd (1990) ; Mo et Sangani (1994) ; Koch et Sangani (1999) ; Hill *et al.* (2001a et 2001b)). Leurs résultats sont en bon accord avec les résultats de (Ladd (1990) ; Hill *et al.* (2001) ; Mo et Sangani (1994)). Par contre, ils s'éloignent légèrement des résultats de Koch et Sangani (1999), dans l'intervalle de porosité (0.52 à 0.7). De même leurs résultats coïncident avec la théorie de Kozeny-Carman entre les porosités (0.4 à 0.5). Cependant, leurs résultats s'éloignent de ceux donnés par la loi d'Ergun (1952).

Beetstra (2005) et Van der Hoef *et al.* (2005) ont donc proposé la force de traînée normalisée suivante :

$$f_{\text{Beetstra et al. (mono)}}^* = 10 \frac{(1 - \varepsilon)}{\varepsilon^2} + \varepsilon^2 (1 + 1.5\sqrt{1 - \varepsilon}) \quad (3.35)$$

#### III.2.1.2.3. Système aléatoire de sphères polydisperses

En raison de la complexité des systèmes polydisperses, il n'existe pas de loi générale de la force de traînée pour ce type de système. Par des méthodes numériques ou par mesures ou par la combinaison de ces deux alternatives, beaucoup de chercheurs ont mené des efforts pour la compréhension de l'écoulement à travers des systèmes

polydisperses. Vu l'importance du nombre de variables rencontré, les chercheurs ont essayé d'adapter les corrélations, en utilisant les formules des systèmes monodisperses aux systèmes polydisperses. Le passage d'un système monodisperse à un système polydisperse demande les modifications suivantes :

- remplacer le diamètre des particules monodisperse par un diamètre moyen correspondant à la distribution granulométrique ;
- supposer que la force de traînée appliquée à un empilement de sphères polydisperses est la même pour des systèmes de sphères monodisperses (Van der Hoef *et al.* (2005)).

On considère un système composé d'un nombre «  $N_i$  » de sphères polydisperses de rayons  $r_i$  d'une porosité  $\varepsilon_i$ , où  $i = 1, 2, 3, \dots, H$ , avec «  $H$  » correspond au numéro de la sphère de diamètre différent dans le système. Beetstra (2005), Van der Hoef *et al.* (2005) et Sarkar *et al.* (2009) ont caractérisé le système polydisperse par des paramètres adimensionnels ( $x_i$  et  $y_i$ ), lesquels représentent les mêmes informations de l'ensemble  $N_i$  et  $d_i$  :

$$x_i = \frac{\phi_i}{\phi}, \quad y_i = \frac{r_i}{\langle r \rangle} \quad (3.36)$$

La fraction volumique solide ( $\phi$ ) du système est calculée par l'application de l'expression suivante :

$$\phi_i = \frac{N_i 4\pi \langle r \rangle^3}{3\Omega_{\text{tot}}} \quad (3.37)$$

où  $\Omega_{\text{tot}}$  est le volume total du système, et  $\langle r \rangle$  est le rayon moyen défini par la distribution de Sauter exprimée comme suit :

$$\langle r \rangle = \frac{\sum_{i=1}^H N_i r_i^3}{\sum_{i=1}^H N_i r_i^2} = \left[ \sum_{i=1}^t \frac{x_i}{r_i} \right]^{-1} \quad (3.38)$$

La force de traînée normalisée d'un système polydisperse est moyennée à partir de l'ensemble des forces de traînée. L'équation (3.18) devient alors :



$$f_i^* = \frac{f_{D,i}}{6\pi\mu r_i U} \quad (3.39)$$

Van der Hoef *et al.* (2005) et Beetstra (2005) ont montré que  $f_i^*$  peut être différente de la force de traînée  $f^*$  normalisée sur la même particule dans un système monodisperse avec la même porosité et le nombre de Reynolds. De ce fait, Beetstra (2005) et Van der Hoef *et al.* (2005) ont corrigé l'effet de la polydispersité qui dépend de la porosité, du rapport de diamètres des particules et de la composition du mélange, par une adaptation ad hoc à partir de leur corrélation monodisperse.

$$f_{bidisperse,i}^* = \left( \varepsilon y_i + (1 - \varepsilon) y_i^2 + 0.064 \varepsilon y_i^3 \right) f_{Beetstra \text{ et al. (mono)}}^* \quad (3.40)$$

L'application des équations (3.35) et (3.40) au même système monodisperse a montré une erreur maximale de l'ordre de 16 % et une erreur moyenne de 5%. Ainsi, la comparaison avec les résultats numériques de Koo et Sangani (2002), montre une concordance des résultats pour une configuration bidisperse dont la porosité se situe entre 0.65 et 0.9 et pour deux ratios de diamètres 0.5 et 0.7. Ce qui motive d'essayer d'adapter les formules en monodisperse à un système bidisperse.

### III.3. Moyens numériques du calcul de perméabilité

#### III.3.1. Equation du mouvement des particules (PFC3D)

Comme on l'a expliqué au chapitre I, les équations de mouvement des particules sont données par les équations (1.38) et (1.66).

#### III.3.2. Equations du mouvement du fluide (FINAS)

Les équations du mouvement du fluide sont représentées par l'équation de Navier-Stokes (1.64) et l'équation de continuité (1.62). Le terme de porosité est ajouté aux équations du fluide (équation de Navier-Stokes (1.62) et équation de continuité (1.64)) pour prendre en considération la présence des particules dans chaque maille.

### III.3.2.1. Stratégie du couplage CFD-DEM

Le couplage est principalement basé sur la force de traînée. Ainsi, notre objectif est d'améliorer le calcul de la force de traînée en proposant une nouvelle formulation que celle intégrée dans le code PFC3D (équations (1.68) et (1.70)) qui a montré des écarts avec des résultats de référence. Cette nouvelle formulation est basée sur différents modèles de la littérature détaillés ci-avant.

Par défaut, comme on l'a expliqué au chapitre I, le solveur possède une corrélation de la force de traînée représentée par les équations ((1.68), (1.70) et (1.71)). La stratégie du couplage d'un domaine fluide-solide dans ce solveur, se base sur l'échange de valeurs des paramètres indispensables pour le calcul de la traînée. Cet échange d'informations s'effectue de la manière suivante :

La récupération des informations de chaque maille « i » calculées par FINAS qui s'opère de la manière suivante:

- transfert de ces informations à PFC3D pour calculer la porosité,
- transfert de la valeur de la porosité de PFC3D vers FINAS pour corriger les champs de vitesse et de pression (équations (1.62) et (1.64)),
- FINAS renvoie les champs de vitesses à CCFD (code intégré dans PFC3D) pour la correction de la force de traînée ensuite les renvoie à PFC3D après le calcul de  $f_{\text{fluide}}$  (Figure III.5).

Ensuite l'équation du mouvement du fluide est résolue. Après un cycle de calcul DEM, si les particules sont en mouvement, les nouvelles positions et donc de nouvelles porosités sont calculées. Néanmoins, dans ce chapitre les particules sont fixes.

Techniquement, on a tout d'abord désactivé sur PFC3D la commande qui renvoie à l'utilisation de la correction de la force traînée mise en place par défaut (équations (1.68), et (1.70)). Ensuite, on a procédé à la programmation des différentes corrélations de la force de traînée normalisée dans le code PFC3D. En outre, le couplage dans cette étude doit passer par la récupération d'une forme de la force de traînée avant que CCFD ne transmette la correction de porosité au code CFD-FINAS. Alors, chaque forme de la force de traînée a été introduite séparément par programmation sur chaque domaine de calcul.

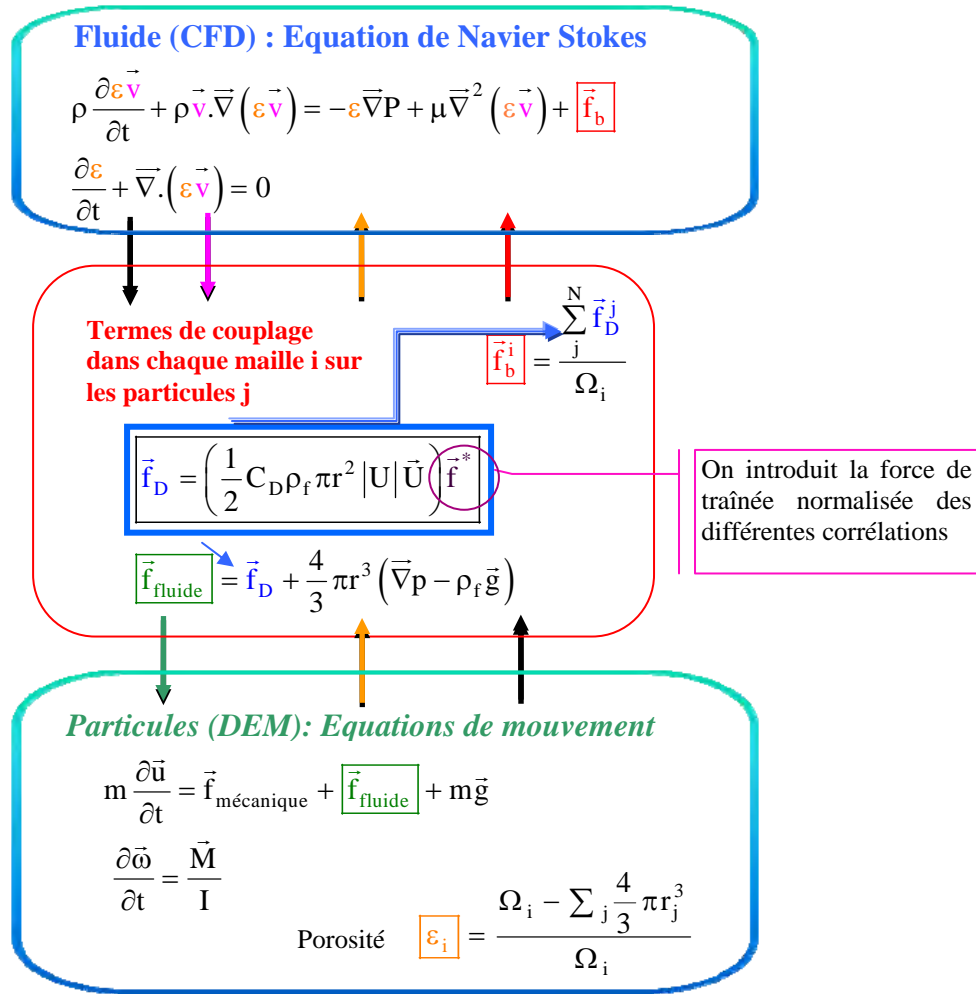


Figure III.5: Organigramme de la méthode de couplage CFD-DEM

Après avoir préparé un domaine solide sur PFC3D et le domaine de fluide qui lui correspond (Figure III.6), le programme mis en place en langage « *fish* » contient des matrices et des vecteurs pour stocker l'ensemble d'informations inter échangées entre FINAS et PFC3D.

Le calcul du nombre de particules dans chaque maille s'effectue selon la relation :

$$N_i = \frac{3(1 - \varepsilon_i) \Omega_i}{4\pi \langle r \rangle_i^3} \quad (3.41)$$

Ainsi le calcul de la correction de la force de traînée s'écrit :

$$\vec{f}_{Di} = \sum_j^N \vec{f}_{Di}^j = N_i \vec{f}_{D0i} \vec{f}_i^* \quad (3.42)$$

où  $j$  dénote la  $j^{\text{ième}}$  particule que contient une maille  $i$ . Cette correction de la force de traînée rassemble les termes ( $C_{Di}$ ,  $Re_{pi}$ ,  $\epsilon_i$  et  $N_i$ ).

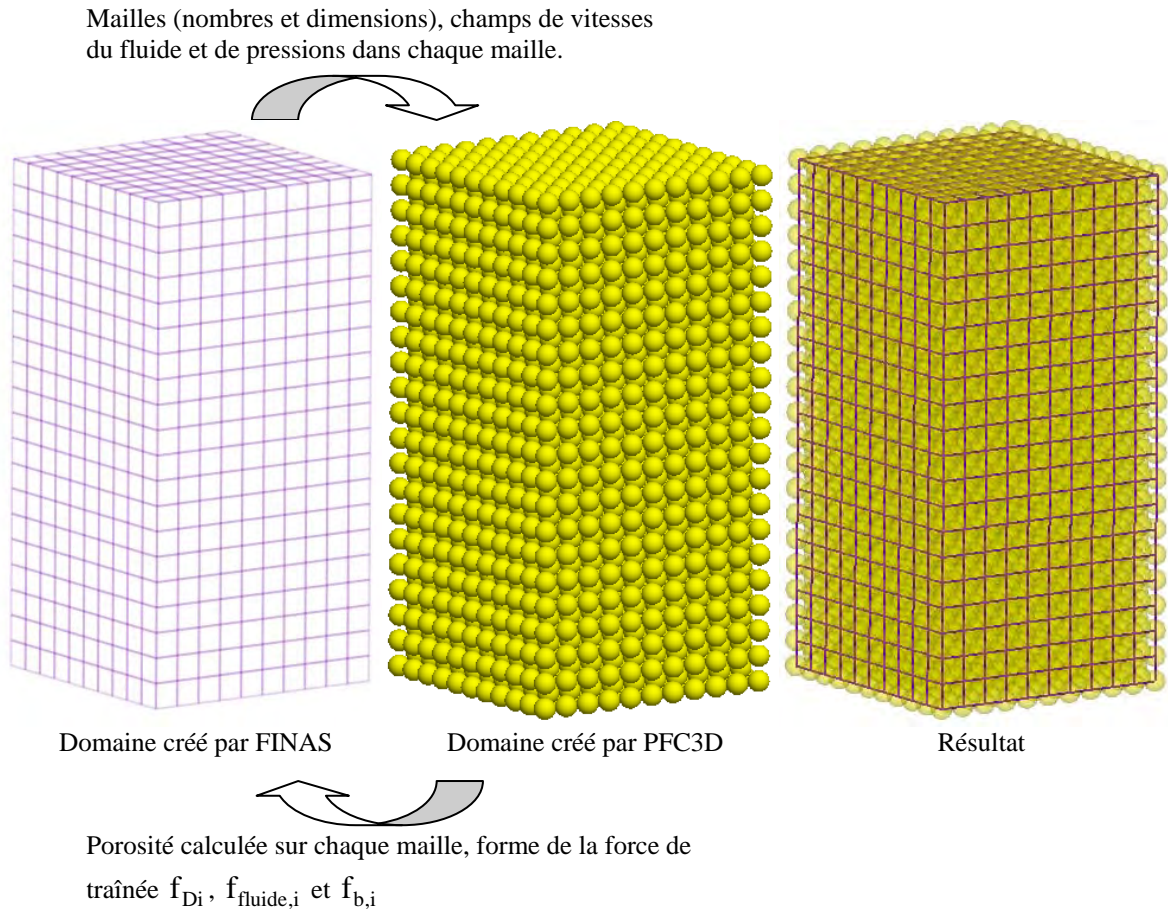


Figure III.6: couplage CFD-DEM du domaine fluide et du domaine solide.

Durant un cycle de calcul sur FINAS, le calcul de  $f_{Di}$  s'effectue en boucle de la première à la  $i^{\text{ième}}$  maille du domaine de fluide et suivant les trois directions (1, 2, 3). Cette matrice globale stockées dans PFC3D sera à nouveau expédiée vers FINAS après avoir calculé les forces ( $f_{b,i}$ ). Ainsi, le calcul avance dans le temps, le calcul de la matrice globale s'effectue de la même manière pour les cycles suivants. La procédure d'inter-échange d'informations (Figure III.6) se répète en boucle jusqu'à atteindre une erreur de calcul la plus petite possible (d'environ  $1 \times 10^{-13}$ ) sur les résultats des vitesses et de la pression. Un cycle de calcul de FINAS contient plusieurs cycles de calcul de PFC3D.

### III.4. Simulation de la perméabilité de réseaux de sphères

Par la méthode CFD-DEM, discutée dans la section précédente, on a étudié l'écoulement à travers les trois structures périodiques (SC, BCC et FCC) pour différentes porosités ; pour SC de 0.4764 à 0.999875, BCC de 0.3198 à 0.999875 et FCC de 0.2595 à 0.999875. Les deux codes CFD-DEM intègrent une corrélation de la force de traînée (équation (1.68)) qui n'est pas valide sur toute la gamme de porosité. A cet effet, on a envisagé de tester plusieurs corrélations citées en paragraphe (III.2.1.2.2) afin de minimiser l'erreur sur le calcul de la perméabilité. Ainsi, le but de cette étude est de chercher une bonne configuration de la force de traînée par rapport à la théorie de Zick et Homsy (1982), pour le calcul de perméabilité intrinsèque des milieux poreux.

L'idée d'intégrer une nouvelle corrélation de la force de traînée normalisée qui dépend fortement de la tortuosité, vient de la minimisation quadratique de la théorie de Zick et Homsy (1982) d'un empilement périodique très tortueux (FCC). On rappelle que Zick et Homsy ont donné la solution de l'écoulement par le terme  $\phi(\varepsilon)$  par l'application de des équations (3.21) et (3.22). En s'inspirant de la forme de la courbe ( $\phi(\varepsilon)$ ), on propose d'interpoler les résultats numériques de Zick et Homsy par une

relation de la forme  $f^* = \frac{a(1-\varepsilon)^2 + b(1-\varepsilon) + c(\sqrt{1-\varepsilon^2} + \sqrt{1-\varepsilon^3}) + d}{\varepsilon^2}$ . L'application

aux résultats numériques de Zick et Homsy a conduit à proposer la relation suivante :

$$f_{\text{interpolée}}^* = \frac{3.4(1-\varepsilon)^2 + 2.22(1-\varepsilon) + 1.63(\sqrt{1-\varepsilon^2} + \sqrt{1-\varepsilon^3}) + 0.9}{\varepsilon^2} \quad (3.43)$$

Dans les tableaux suivants on donne les valeurs de la force de traînée normalisée pour chaque type de réseau périodique SC, BCC et FCC :

porosité	Zick et Homsy Eq. (3.22)	Ergun Eq.(3.30)	Di Felice Eq.(3.31)	Hill <i>et al.</i> Eq.(3.32)	Beetstra <i>et al.</i> Eq.(3.35)	Nos résultats Eq.(3.43)
0.999875	1.0958630	0.0185463	0.98582107	1.02360274	1.01776665	0.9578516
0.999	1.2107880	0.02588508	0.9890184	1.06731899	1.05536037	1.066467
0.992	1.5128000	0.08552967	1.01507738	1.22194875	1.19738557	1.39752541
0.973	1.9537840	0.25614511	1.09034236	1.51775147	1.46526666	1.89736304
0.936	2.6301600	0.62873627	1.25844957	2.03601164	1.93906461	2.649558
0.875	3.7555000	1.38340136	1.61467471	2.90893137	2.80431203	3.86118518
0.784	5.8345280	2.95693852	2.42369293	4.49034176	4.55731621	6.05747262
0.657	10.1178000	6.66243483	4.65957205	8.1434216	8.7571208	10.8188676
0.55	15.4550000	12.4545455	8.99261864	14.8791514	15.4829178	17.9737467
0.4764	20.0564400	19.3024851	15.2983267	23.0760722	23.5437503	26.2914545

Tableau III.2: valeurs des différentes corrélations de la force de traînée normalisée, cas d'un réseau périodique SC

porosité	Zick et Homsy Eq. (3.22)	Ergun Eq.(3.30)	Di Felice Eq.(3.31)	Hill <i>et al.</i> Eq.(3.32)	Beetstra <i>et al.</i> Eq.(3.35)	Nos résultats Eq.(3.43)
0.999875	1.09786275	0.0185463	0.98582107	1.02347479	1.01776665	0.9578516
0.999	1.215783	0.02588508	0.9890184	1.06625167	1.05536037	1.066467
0.992	1.526688	0.08552967	1.01507738	1.21217316	1.19738557	1.39752541
0.973	1.988812	0.25614511	1.09034236	1.47677218	1.46526666	1.89736304
0.936	2.704104	0.62873627	1.25844957	1.9057069	1.93906461	2.649558
0.875	3.891125	1.38340136	1.61467471	2.54531495	2.80431203	3.86118518
0.784	6.067376	2.95693852	2.42369293	3.52042794	4.55731621	6.05747262
0.657	10.7091	6.66243483	4.65957205	5.35022799	8.7571208	10.8188676
0.55	17.435	12.4545455	8.99261864	14.8791514	15.4829178	17.9737467
0.4764	24.62988	19.3024851	15.2983267	23.0760722	23.5437503	26.2914545
0.4	35.56	31.359375	29.2017925	37.5123006	37.8459032	40.7931081
0.3198	52.1274	55.5951884	66.810235	66.5446278	66.7376856	69.7224005

Tableau III.3: valeurs des différentes corrélations de la force de traînée normalisée, cas d'un réseau périodique BCC

porosité	Zick et Homsy Eq. (3.22)	Ergun Eq.(3.30)	Di Felice Eq.(3.31)	Hill <i>et al.</i> Eq.(3.32)	Beetstra <i>et al.</i> Eq.(3.35)	Nos résultats Eq.(3.43)
0.999875	1.09786275	0.0185463	0.98582107	1.02373065	1.01776665	0.9578516
0.999	1.215783	0.02588508	0.9890184	1.06838692	1.05536037	1.066467
0.992	1.526688	0.08552967	1.01507738	1.23179942	1.19738557	1.39752541
0.973	1.988812	0.25614511	1.09034236	1.55985408	1.46526666	1.89736304
0.936	2.704104	0.62873627	1.25844957	2.17518742	1.93906461	2.649558
0.875	3.89025	1.38340136	1.61467471	3.32439368	2.80431203	3.86118518
0.784	6.082272	2.95693852	2.42369293	5.72721304	4.55731621	6.05747262
0.657	10.9062	6.66243483	4.65957205	12.3939976	8.7571208	10.8188676
0.55	18.425	12.4545455	8.99261864	14.8791514	15.4829178	17.9737467
0.4764	27.34536	19.3024851	15.2983267	23.0760722	23.5437503	26.2914545
0.4	43.2	31.359375	29.2017925	37.5123006	37.8459032	40.7931081
0.3198	73.2342	55.5951884	66.810235	66.5446278	66.7376856	69.7224005
0.28	97.72	76.7538265	109.226121	91.9052356	92.0149216	94.8695133
0.2595	112.8825	91.8965007	144.695837	110.063649	110.118214	112.831826

Tableau III.4: valeurs des différentes corrélations de la force de traînée normalisée, cas d'un réseau périodique FCC

Sur les tableaux (Tableau III.2, Tableau III.3 et Tableau III.4), on remarque des valeurs très proches pour le cas d'un empilement très tortueux (FCC). Par contre, l'équation (3.43) surestime la force de traînée au dessous d'une porosité de 0.55 pour un réseau BCC et au dessous de 0.657 pour un réseau SC. l'équation (3.43) est extraite des résultats numériques de Zick et Homsy d'un empilement périodique FCC. L'erreur trouvée est due à cette approche d'interpolation.

Comme on l'a signalé dans la section précédente, on a programmé les 5 corrélations du paragraphe (III.2.1.2.2) afin de calculer par le couplage CFD-DEM la perméabilité des différents réseaux périodiques de sphères. Cette étude comporte 36 configurations (10 en SC, 12 en BCC et 14 en FCC) qui correspondent aux différentes valeurs de porosité.

Le domaine solide est constitué de sphères rigides. Ces dernières sont générées de façon à construire séparément des réseaux périodiques en fonction de la porosité. Le nombre total de ces sphères pour chaque réseau est de 18081, 4541 et 9041

respectivement pour SC, BCC et FCC (Figure III.7). Leurs rayon est de 1.25 mm. Le domaine fluide est composé de mailles hexaédriques de même taille sur un même réseau périodique.

Il est à rappeler que les sphères constituant les milieux poreux sont considérées fixes durant le calcul numérique.

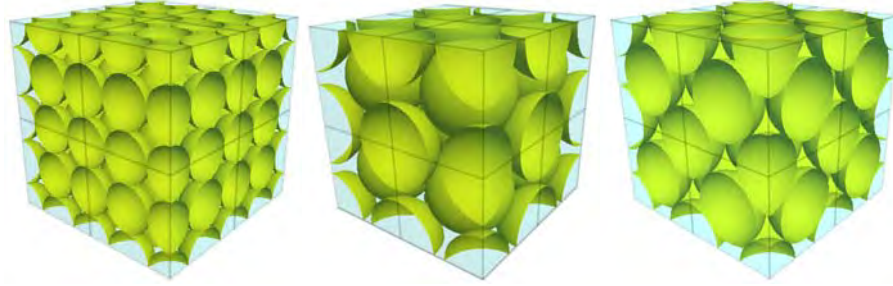


Figure III.7: mailles et empilements périodiques de sphères (SC, BCC et FCC)

Pour une même porosité, la taille des mailles de fluide change en fonction du type d'empilement (Figure III.8). Par exemple, pour une porosité de 0.4764, l'inter-distance ( $D$ ) est de 2.5mm pour un système SC et elle est de l'ordre de 2.8mm pour un système FCC. Par conséquent, la longueur ( $L$ ) de la maille est différente.

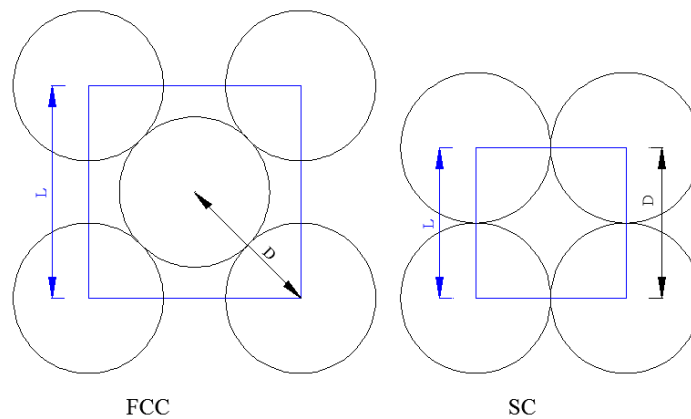


Figure III.8: procédure du calcul d'inter distance et de longueur de la maille pour différents arrangement de sphères

Les porosités sont calculées à partir de l'inter distance entre deux particules voisines. Plus la porosité est grande, plus la longueur de la maille augmente. Donc, un temps de calcul différent qui dépend de la longueur totale du domaine fluide.



La vitesse du fluide appliquée en entrée des réseaux périodiques (SC, BCC et FCC) est la même et égale à  $4.016 \times 10^{-6}$  m/s (suivant la direction de la pesanteur). Il est à noter que cette vitesse est une vitesse interstitielle corrigée par le terme de porosité (voir équations (1.64) et (1.62)). Cette vitesse a été choisie de façon à garantir un régime de Stokes avec un nombre de Reynolds de 0.01. La condition de vitesse sur les parois latérales des réseaux périodiques est une vitesse nulle. Une pression nulle est imposée en sortie des réseaux périodiques.

### III.5. Résultats et interprétations

#### III.5.1. Effets de bords

Après avoir obtenu des solutions numériques utilisant les cinq corrélations de la force de traînée normalisée, on a procédé à l'analyse des résultats cas par cas. Ces résultats sont obtenus sous forme de valeurs de vitesse et de pression dans chaque maille du domaine fluide. Pour négliger l'effet de bords, on ne s'intéresse qu'aux mailles du centre du domaine. La Figure III.9 illustre la zone de prélèvement des champs de vitesses et de pressions du domaine fluide.

Il est à noter que la vitesse de Darcy est la moyenne des vitesses qui correspondent aux mailles ( $2 \times 2 \times 20$ ) situées au centre du modèle (Figure III.9). De la même manière, le gradient de pression moyen est le rapport des différences de pressions de deux mailles successives au milieu du modèle à la longueur de la maille unitaire, suivant la direction d'écoulement.

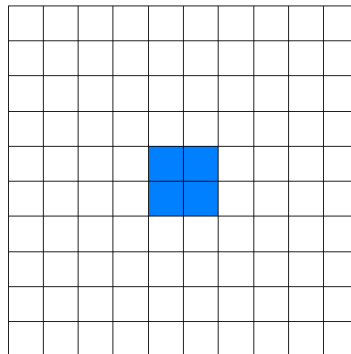


Figure III.9: vue en plan de la zone de prélèvement de résultats

De même, on a cherché l'influence des mailles du bord du modèle sur les résultats. Ainsi, on considère les résultats du champ de vitesses au niveau d'une coupe à mi-hauteur d'un modèle (FCC par exemple) pour une porosité de 0.2595 tel que c'est indiqué sur la figure suivante :

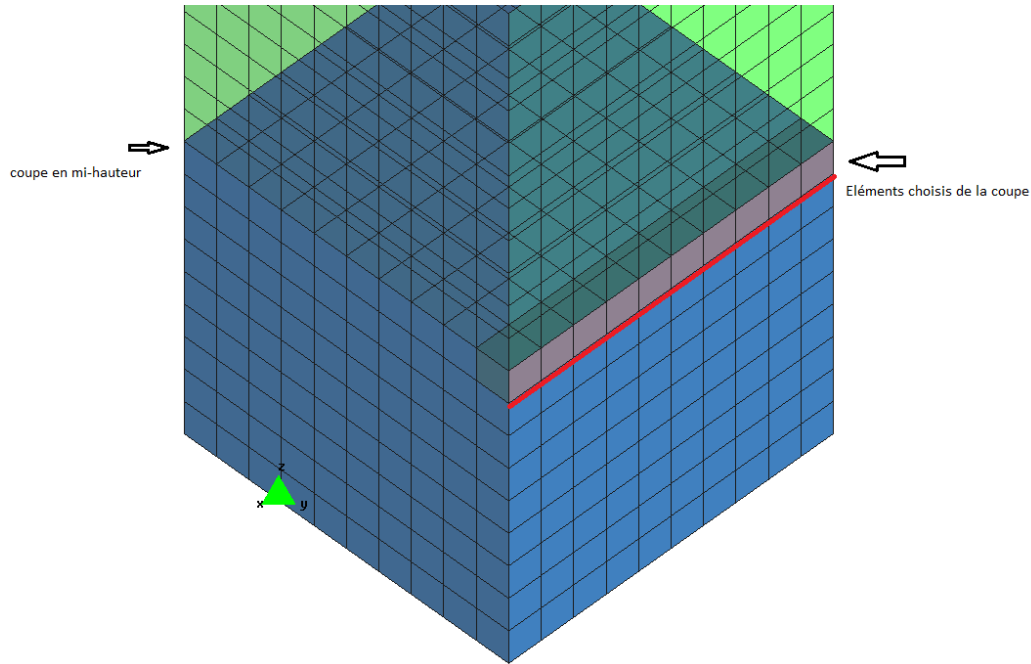


Figure III.10: Lieu de la coupe et les mailles choisies de la coupe d'un système FCC ( $\varepsilon=0.2595$ )

Sur la Figure III.11, on trace le profil de vitesse au niveau de la zone pré visualisée précédemment. On remarque qu'au niveau du centre du modèle les vitesses sont constantes, avec une très légère augmentation de valeurs sur les bords. Au niveau de cette coupe on donne une cartographie (Figure III.12) représentant la distribution des vitesses (suivant  $z$ ) du modèle FCC ( $\varepsilon=0.2595$ ).

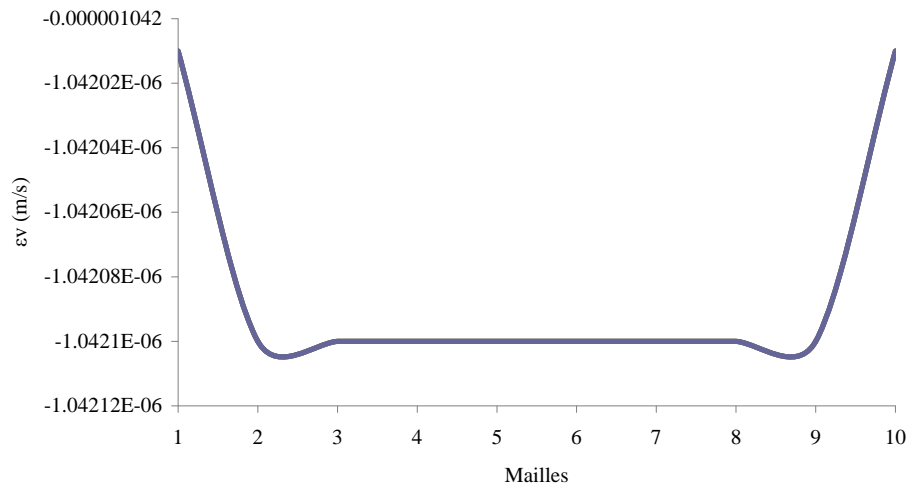


Figure III.11: profil de vitesse en largeur du modèle d'un système FCC ( $\epsilon=0.2595$ )

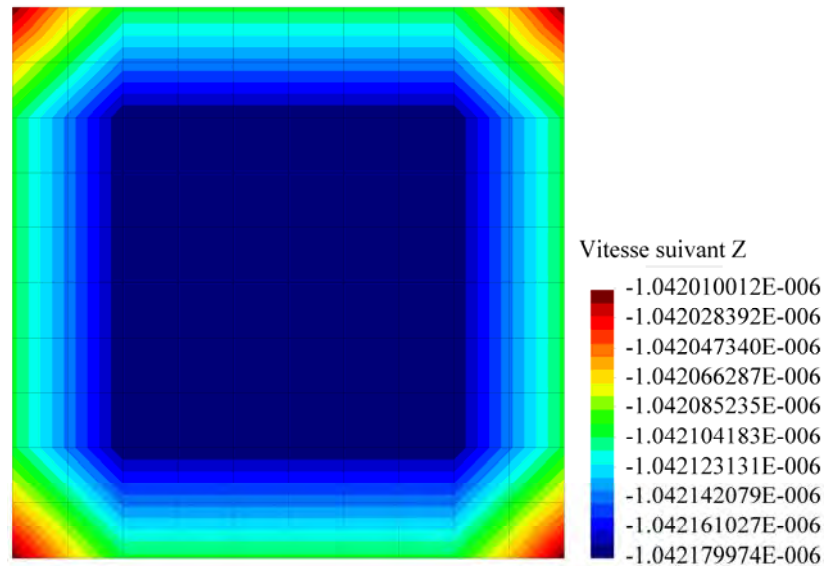


Figure III.12: coupe de transversale des champs de vitesses d'un système FCC à ( $\epsilon=0.2595$ )

Le calcul numérique conduit au champ de vitesse et au champ de pression de l'écoulement dans le milieu poreux. La perméabilité est ensuite déduite de l'application de la loi de Darcy pour chaque réseau périodique.

$$k = \frac{\mu U}{\Delta P / L} \quad (3.44)$$

Cette perméabilité est rendue adimensionnelle en la divisant par ( $r^2$ ).

### III.5.2. Analyse du réseau périodique FCC

Sur cette Figure III.13 on montre que nos résultats sont en bon accord avec ceux de Zick et Homsy de la perméabilité adimensionnelle d'un empilement, FCC, de sphère.

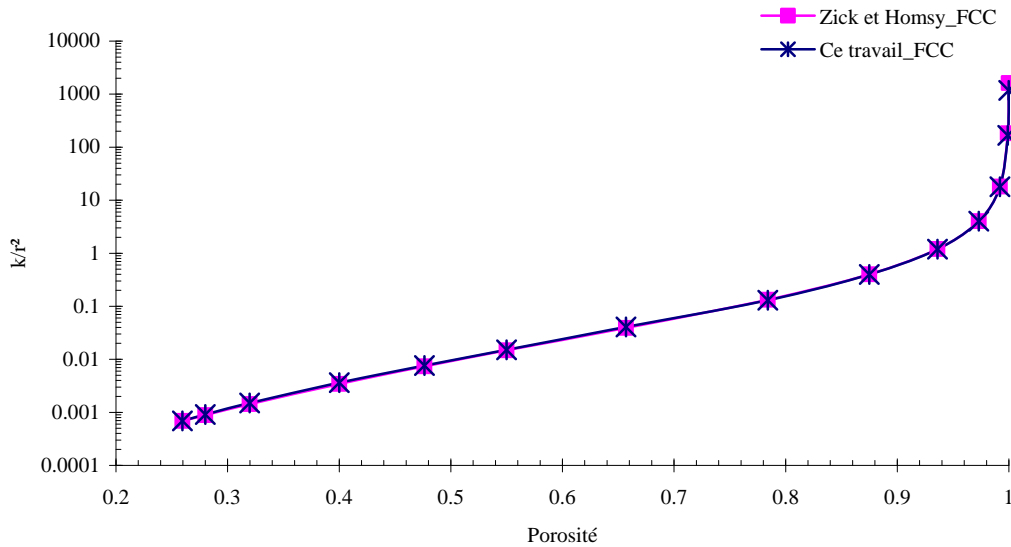


Figure III.13: La perméabilité adimensionnelle d'un réseau périodique FCC en fonction de la porosité.

Ainsi, pour pouvoir comparer les différentes avec l'application de la force de traînée normalisée des 5 corrélations présentées dans le paragraphe (III.2.1.2.2), nous utiliserons la perméabilité intrinsèque  $k$  en fonction de la force de traînée normalisée  $f^*$  :

$$k = \frac{2}{9} \frac{\varepsilon}{(1-\varepsilon)} \frac{r^2}{f^*} \quad (3.45)$$

Pour le calcul de la perméabilité adimensionnelle du réseau FCC, nous représentons dans les deux tableaux suivants nos résultats ainsi que ceux de Zick et Homsy :

porosité	$k/r^2$ (Zick et Homsy)	$k/r^2$ (Ce travail)	erreur %
0.999875	1619.10544	1855.773437	14.62
0.999	182.598375	208.163966	14.00
0.992	18.0492383	19.71739143	9.24
0.973	4.02664025	4.220715945	4.82
0.936	1.20187685	1.226619687	2.06
0.875	0.39986005	0.40286997	0.75
0.784	0.13261235	0.133155263	0.41
0.657	0.03902881	0.039343857	0.81
0.55	0.01474111	0.015111203	2.51
0.4764	0.00739394	0.00769033	4.01
0.4	0.00342936	0.003631696	5.90
0.3198	0.00142664	0.001498501	5.04
0.28	0.00088436	0.000910933	3.00
0.2595	0.00068988	0.000690189	0.04

Tableau III.5: Comparaison de la perméabilité adimensionnelle de Zick et Homsy avec nos résultats pour le réseau périodique FCC

porosité	$k/r^2$ (Zick et Homsy)	$k/r^2$ (Numérique)	erreur %
0.999875	1619.10544	1178.566175	27.21
0.999	182.598375	167.4630408	8.29
0.992	18.0492383	17.96824813	0.45
0.973	4.02664025	4.034265074	0.19
0.936	1.20187685	1.197265776	0.38
0.875	0.39986005	0.3974646	0.60
0.784	0.13261235	0.1333348	0.54
0.657	0.03902881	0.039361127	0.85
0.55	0.01474111	0.015081563	2.31
0.4764	0.00739394	0.007615686	3.00
0.4	0.00342936	0.003628599	5.81
0.3198	0.00142664	0.001497851	4.99
0.28	0.00088436	0.000910568	2.96
0.2595	0.00068988	0.000689915	0.01

Tableau III.6: Comparaison entre le calcul numérique et analytique de la perméabilité adimensionnelle d'un réseau périodique FCC

Pour ce type de réseau (FCC), nos résultats numériques sont en bon accord avec ceux de Zick et Homsy pour les valeurs de la porosité entre 0.2595 et 0.973 avec une erreur relative maximale de 8.29%. Pour un système très dilué ( $\varepsilon=0.999875$ ) l'erreur relative correspond à 27.21%. Exceptionnellement, nos résultats numériques s'éloignent des valeurs analytiques pour des porosités supérieures à 0.973. L'explication est que le volume de la maille devient important par rapport au volume de la particule pour des porosités proches de 1.

### III.5.3. Influence du type de réseau périodique

Les figures (Figure III.14, Figure III.15 et Figure III.16) présentent, respectivement, la comparaison de la perméabilité adimensionnelle en fonction de la porosité des différents réseaux périodique SC, BCC et FCC obtenus par différents auteurs. Cette perméabilité est obtenue en remplaçant  $f^*$  par les différentes expressions présentées auparavant. En particulier, la formulation de la perméabilité que nous proposons est :

$$\frac{k}{r^2} = \frac{2}{9} \frac{\varepsilon}{(1-\varepsilon)} \frac{\varepsilon^2}{3.4(1-\varepsilon)^2 + 2.22(1-\varepsilon) + 1.63(\sqrt{1-\varepsilon^2} + \sqrt{1-\varepsilon^3}) + 0.9} \quad (3.46)$$

Sur ces figures nous avons également tracé la courbe de perméabilité selon Stokes obtenue en remplaçant  $f^* = 1$  dans l'équation (3.45), soit:

$$k_{\text{Stokes}} = \frac{2}{9} \frac{\varepsilon r^2}{(1-\varepsilon)} \quad (3.47)$$

Nos résultats obtenus par la solution numérique de l'équation (3.43) pour un réseau SC sont en bon accord avec ceux de Zick et Homsy, 1982 entre les porosités de 0.657 à 0.973 avec une erreur relative maximale de 6.68%, et de 14.5% pour des porosités de 0.55 et 0.999875. Une déviation de résultats de 21.5% est remarquée pour le système compact SC (une porosité de 0.4764). Pour le système BCC, nos résultats sont en accord avec ceux de Zick et Homsy pour des porosités entre 0.4764 et 0.973 avec une erreur relative maximale d'environ 6.5%. Une erreur significative est cependant remarquée pour le reste des porosités allant de 13% à 38%.

L'inconvénient de la corrélation de Hill *et al.* (2001a) se situe dans la discontinuité de la formule à la porosité égale à 0.6. L'erreur relative maximale du calcul numérique par la loi de Hill *et al.* (2001a) est de l'ordre de 30%. Cette erreur augmente jusqu'à 36% avec la corrélation de Beetstra (2005). Par contre, la loi de Di Felice présente une concordance avec les autres lois seulement sur une gamme très étroite de la porosité (entre 0.2595 et 0.32) et pour une porosité supérieure à 0.99875 pour un système FCC. L'équation d'Ergun diverge des résultats de Zick et Homsy à partir d'une porosité de 0.4764 jusqu'à un système dilué. Elle n'est valable que pour des systèmes compacts.

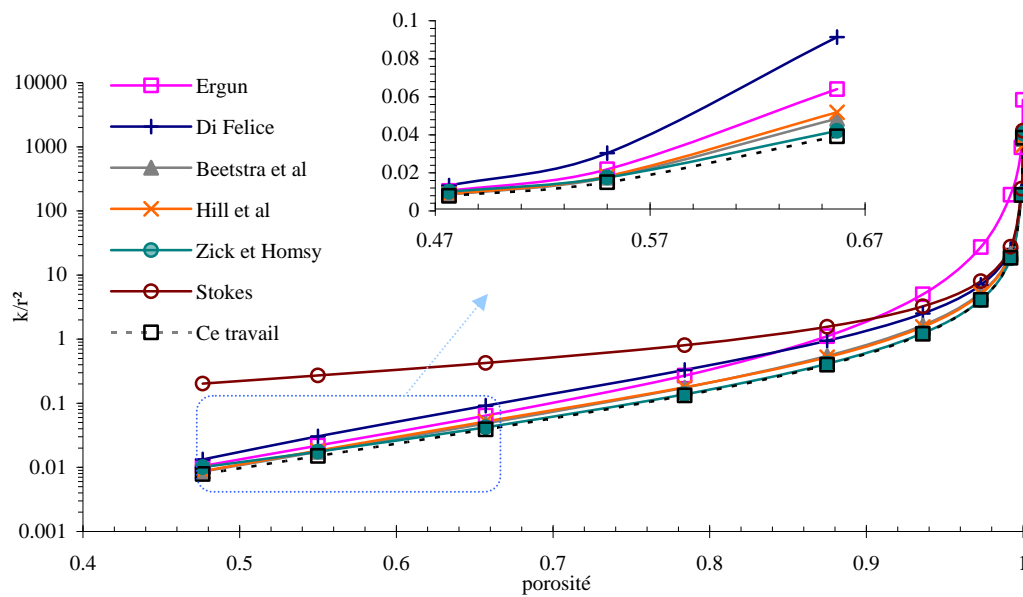


Figure III.14: La perméabilité adimensionnelle d'un réseau périodique SC en fonction de la porosité.

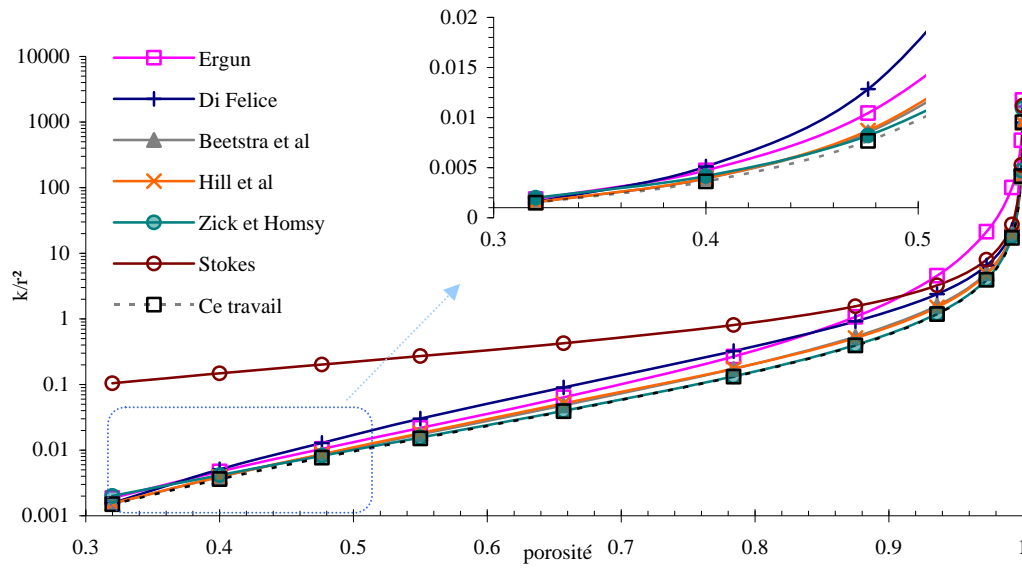


Figure III.15: La perméabilité adimensionnelle d'un réseau périodique BCC en fonction de la porosité.

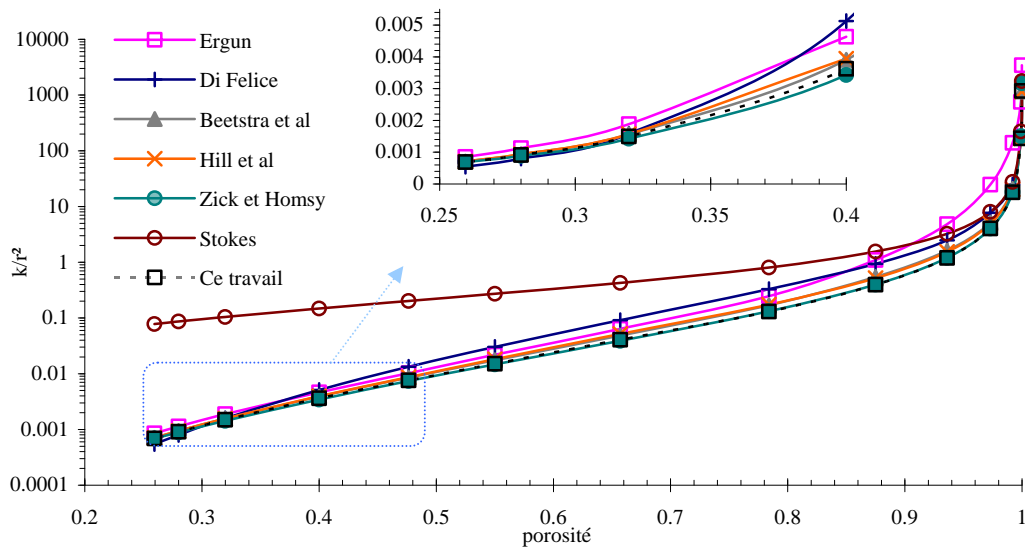


Figure III.16: La perméabilité adimensionnelle d'un réseau périodique FCC en fonction de la porosité.



### **III.6. Conclusion**

L'étude de l'écoulement de fluide à travers des réseaux périodiques de sphères a été effectuée par une méthode de couplage fluide-solide par simulation numérique. L'avantage de la méthode CFD-DEM est d'obtenir des résultats précis à l'échelle de la maille.

Afin de quantifier la perméabilité d'un milieu poreux en régime laminaire, différentes corrélations de la force de traînée ont été étudiées. Nos résultats numériques sont en bon accord avec ceux de Zick et Homsy (1982). La validité de nos résultats nous a conduit à proposer une formule de la perméabilité valable en régime de Stokes. Cette formule est importante pour calculer la perméabilité de matériaux granulaires et serait très utile pour des applications dans certains domaines du génie civil.



## **Chapitre IV. Rétention de particules solides dans un milieu poreux**



## **IV.1 Introduction**

Dans ce chapitre on s'intéresse au transport et à la rétention dans un milieu poreux, de particules solides transportées par un écoulement permanent. On s'est limité au cas de particules monodisperses. Le travail est réalisé par le calcul numérique. L'analyse des résultats conduit à tracer la courbe de distribution en profondeur du nombre de particules retenues dans le milieu selon la direction des forces en présence. Avant de présenter notre propre étude, on a fait une revue bibliographique essentiellement sur les procédés de filtration dont les mécanismes sont similaires à ceux de la rétention dans les milieux poreux naturels.

## **IV.2 Généralités sur la filtration de particules solides en suspension dans un milieu poreux granulaire**

La filtration de suspensions de particules à travers un filtre composé d'un milieu granulaire est un procédé qui permet de retenir les particules présentes dans ce fluide. L'efficacité de ce procédé dépend de plusieurs paramètres : le filtre (la porosité, le diamètre des pores, la taille et la forme des grains du filtre), les particules présentes dans la suspension (la concentration, la taille, la forme et la densité), les caractéristiques du fluide (la viscosité et la densité) et les caractéristiques de l'écoulement (le débit et le nombre de Reynolds).

### **IV.2.1. Différents types de filtration**

Ghidaglia (1994) et Nadji (1998) soulignent qu'il existe quatre types de filtration qui seront détaillés dans les paragraphes qui suivent :

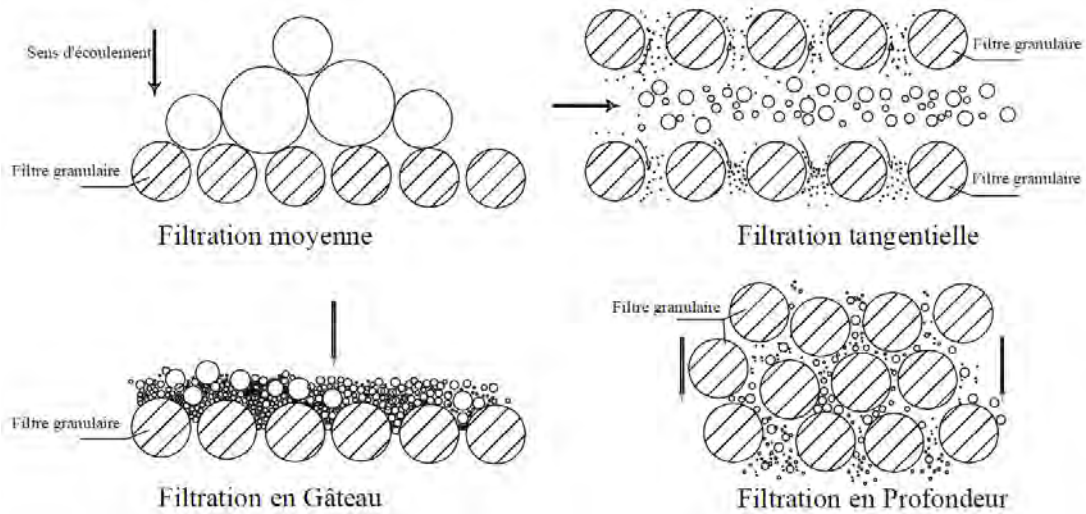


Figure IV.1: Différents types de filtration

#### ***IV.2.1.1. Filtration moyenne***

Il s'agit d'un procédé qui permet de filtrer des particules de dimensions supérieures à une taille donnée (Figure IV.1). Dans ce procédé, les pores sont plus petits que les particules de la suspension à filtrer, ce qui conduit à une obturation rapide du filtre. Pour les particules de dimensions supérieures à 50  $\mu\text{m}$ , le filtre est utilisé comme tamis. Pour les petites particules, on utilise des membranes à tailles de pores bien déterminées. Cette méthode de filtration conduit à une obturation rapide du filtre ce qui nécessite des arrêts réguliers du processus de filtration pour nettoyer le filtre.

#### ***IV.2.1.2. Filtration tangentielle***

Ce type de filtration consiste à faire sortir le fluide de la surface poreuse tangentiellement (Figure IV.1). Avec une pression fluide donnée on peut contrôler le passage de particules solides en suspension dans la surface poreuse. Les particules solides restent dans le flux de circulation tangentielle. Ce type de filtration est réservé à des particules solides avec un diamètre inférieur au micron.

#### ***IV.2.1.3. Filtration en Gâteau (cake)***

Ce type de filtration est rencontré lors de l'accumulation de forte concentration de particules en suspension sur une surface poreuse. Durant ce procédé, se produit deux

étapes ; d'abord l'accumulation de particules solides sur des pores en surface, puis une filtration entre et à travers les particules suspendues (Figure IV.1). La forte accumulation de particules solides accélère le colmatage et le dépôt devient très important sur la surface.

#### ***IV.2.1.4. Filtration en profondeur***

Le principe de cette méthode était utilisé dans la nature pour clarifier l'eau à travers les roches poreuses. Cette technique est généralement bien adaptée à l'élimination de particules en suspensions dont le diamètre est inférieur à 10  $\mu\text{m}$  et la concentration est inférieure à 0,5g/l (Figure IV.1). Sous l'effet de multiples forces exercées sur les particules en suspension, les petites particules pénètrent dans les pores, voyagent à travers le milieu poreux avant de se déposer dans des zones situées à différentes profondeurs du milieu poreux d'où le nom de filtration en profondeur.

### **IV.2.2. Forces et mécanismes en présence dans le procédé de filtration**

L'écoulement de particules en suspension à travers un milieu poreux est un phénomène très complexe et dépend de nombreux mécanismes impliqués (Herzig *et al.* (1970)). De façon simplifiée, on discerne suivant l'importance relative des forces dominantes sur la particule en suspension trois types de filtration en profondeur :

- La filtration mécanique pour des particules pesantes ( $d \geq 30 \mu\text{m}$ ). Dans ce cas, les forces mécaniques et hydrodynamiques sont dominantes.
- L'ultrafiltration concerne les particules dont le diamètre  $d \leq 1 \mu\text{m}$  où les forces physico-chimiques et de diffusion Brownienne sont dominantes.
- La filtration des particules de diamètre variable entre 1  $\mu\text{m}$  et 30  $\mu\text{m}$  où les forces dominantes sont les forces hydrodynamiques et mécaniques et les forces physico-chimiques.

#### ***IV.2.2.1. Forces en présence dans le procédé de filtration***

##### ***IV.2.2.1.1. Les forces hydrodynamiques et mécaniques***

Parmi les forces hydrodynamiques et mécaniques, on cite les forces suivantes :

- *La force gravitationnelle*

- *La force de traînée*
- *Les forces d'inertie*

Ces forces sont représentées par la formule suivante :

$$F_i = \frac{\pi}{6} d^3 \rho \frac{dU}{dt} \quad (4.1)$$

L'importance relative des forces par rapport aux forces visqueuses peut être caractérisée par le terme adimensionnel (nombre de Stokes, (4.2)) . Ce nombre de Stokes est utilisé pour prédire si la particule va contourner l'obstacle en suivant le mouvement du fluide ou si elle va percuter l'obstacle.

$$N_{St} = \frac{\rho d^2 U}{18\mu L_c} \quad (4.2)$$

où  $L_c$  est la longueur caractéristique du milieu poreux.

#### *IV.1.2.1.2. Les forces physico-chimiques*

- *Les forces de Van der Waals*

Ce sont des forces d'attraction de courte portée entre les particules et la surface du grain du milieu poreux. Si on considère une particule sphérique (1) de diamètre  $d$ , en suspension dans un fluide (2) et séparée d'un plan solide (3) d'une distance  $\delta$ , la force de Van der Waals peut être calculée approximativement par l'équation de Hamaker (équation (4.3)) comme suit:

$$F_{VDW} = \frac{H_{132}d}{3\delta^2} \quad (4.3)$$

La constante de Hamaker  $H_{132}$  varie selon la matière, elle varie de  $10^{-20}$  à  $10^{-19}$  J.

Quand il ya contact entre les particules et le plan, la distance  $\delta$  tend vers une valeur minimale  $\delta_0$  qui est la distance la plus proche entre les atomes appartenant aux deux solides.  $\delta_0$  est approximativement égale à  $2\text{\AA}$

- *Les forces électrostatiques*

La plupart des microparticules en suspension développent une charge électrostatique, à cause de ces charges elles peuvent former des agglomérations comme



elles peuvent être séparées par répulsion. Tout cela dépend de plusieurs paramètres (le pH du fluide, le type de matériau des particules et du filtre granulaire...).

L'équation de Smoluchowski qui suit est applicable pour les électrophorèses :

$$V_e = \frac{E p_w \zeta_p}{\mu} \quad (4.4)$$

Où  $V_e$  est la vitesse provoquée,  $E$  est l'intensité du champ électrique,  $p_w$  est la permittivité de l'eau et  $\zeta_p$  est le potentiel Zeta de la particule.

Ghidaglia (1994) distingue plusieurs cas possibles d'interaction électrostatique lors de la filtration en profondeur.

- Si les particules et le filtre granulaire sont chargés, alors les forces coulombiennes d'attraction ou de répulsion interviennent.
- Si le filtre granulaire est chargé, il se crée une charge électrostatique de surface de signe opposée qui s'exerce sur les particules. De même si les particules sont chargées, il se crée une force électrostatique de surface qui s'exerce aussi sur les particules.
- Dans le cas des électrolytes, les particules chargées immergées dans le fluide adsorbent des ions, et, par compensation, une seconde couche plus riche en ions de charge opposée se forme. La différence de potentiel entre l'électrolyte et la couche liée au solide est appelée potentiel zêta. Ce potentiel caractérise les effets électrocinétiques entre particules et lit filtrant. Le potentiel zêta dépend du pH, de la force ionique de la solution et de la nature des particules et des ions.

- *L'interaction de double couche électrique*

Cette théorie a été développée par Deryagin, Landau, Verwey et Overbeek (DLVO), elle décrit les interactions existantes entre les ions libres et une double couche électrique pour générer une énergie  $W_{DLVO}$  qui prend en compte une force attractive  $F_{VDW}$  et une force électrostatique. Les ions adsorbés sur des surfaces de particules mènent à une agglomération de particules attachées sur la surface d'un grain du milieu poreux. Selon la théorie DLVO qui a été établie à partir de modèles de colloïdes en suspensions, trois types de forces sont impliquées dans les relations entre la surface des particules et la matrice poreuse : les forces de répulsion ou d'attraction dans une double couche électrique, les forces d'attraction de Van der Waals et les forces répulsives

d'hydratation à courte portée. Les forces d'hydratation sont une conséquence du changement de la structure de l'eau en présence de particules.

- *Les forces dues aux mouvements Browniens*

Le mouvement Brownien des molécules du fluide mène la particule à un contact avec la surface du grain du milieu poreux. L'action de diffusion devient importante avec la diminution du diamètre de la particule ( $d < 1\mu\text{m}$ ).

#### IV.2.2.2. Les mécanismes de la filtration

On distingue plusieurs mécanismes essentiels induisant la capture de particules entraînées dans un filtre granulaire. Les différents mécanismes sont détaillés comme suit :

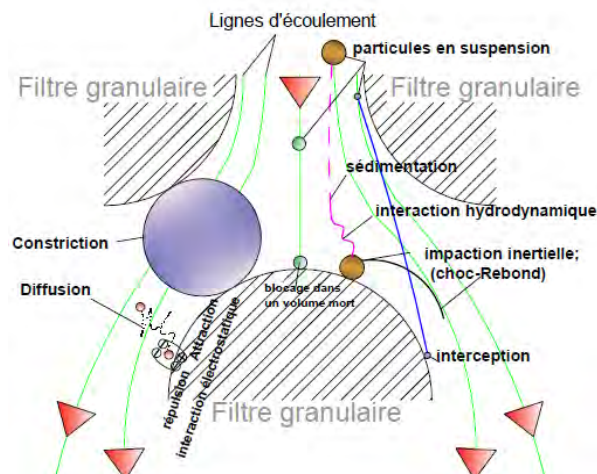


Figure IV.2: Mécanismes de filtration dans un filtre granulaire

##### IV.2.2.2.1. Constriction

Ce mécanisme dépend essentiellement de la taille de la particule (Figure IV.2). La constriction se produit généralement à l'entrée de la matrice poreuse. La particule doit être rigide et de diamètre supérieur à la dimension du pore. Hall cité par Yactayo (2003) estime la probabilité d'avoir un colmatage d'une particule dans un pore par la formule suivante :

$$\text{Pr} = \left( \frac{d}{d_g} \right)^{3/2} \quad (4.5)$$

Avec  $d$  le diamètre de la particule en suspension, et  $d_g$  le diamètre moyen des grains du milieu poreux.

#### IV.2.2.2.2. Déposition par sédimentation

Si on considère l'écoulement d'un fluide avec une vitesse constante dans un milieu poreux et une particule de densité plus grande que celle du fluide, cette particule peut être déviée des lignes de courant par l'effet de gravité (Figure IV.2). Le dépôt se caractérise par un nombre adimensionnel qui est le rapport de la vitesse de sédimentation de Stokes et la vitesse d'approche du fluide :

$$X = \frac{2r^2(\rho - \rho_f)g}{9\mu U} \quad (4.6)$$

Le paramètre « X » varie de 0 à 1.4, où zéro correspond à des particules de densité égale à celle du fluide.

#### IV.2.2.2.3. Interception

En l'absence des forces de surface et d'inerties et si le rayon de la particule en suspension est plus grand que la distance entre les lignes d'écoulement qui contient la particule et le filtre granulaire, alors la particule entrera en contact avec la surface du filtre granulaire (Figure IV.2).

#### IV.2.2.2.4. Impaction inertielle et rebond

A chaque fois que les lignes de courant changent de direction et si les particules ont une inertie considérable alors la particule rentre en contact (choc-rebond) avec la surface la plus proche du filtre granulaire avant d'être entraînée par d'autres lignes d'écoulement. L'importance de ce mécanisme peut être vérifiée par le nombre de Stokes. Les valeurs typiques pour ce nombre de Stokes sont de  $1 \times 10^{-9}$  à  $2 \times 10^{-3}$ . La plus grande valeur du nombre de Stokes correspond à une impaction inertielle due à une inertie dominante.

#### IV.2.2.2.5. Diffusion

En l'absence des forces de surface, le dépôt de particules browniennes dans le filtre granulaire peut être considéré comme un processus de transfert de masse. Ce processus peut être caractérisé par le nombre Peclet  $Pe$ , tel que :

$$Pe = \frac{dU}{D_f} \quad (4.7)$$

où  $D_f$  est le coefficient de diffusion de la particule. Ce coefficient peut être calculé à partir de l'équation de Stokes-Einstein :

$$D = \frac{k_B T}{3\pi\mu d} \quad (4.8)$$

où  $k_B$  est la constante de Boltzmann, et  $T$  la température absolue.

Pour des colloïdes, les valeurs typiques du nombre de Peclet varient de  $10^5$  à  $10^8$  (Rushton *et al.* (1996)). La valeur basse du nombre de Peclet correspond à une grande chance de capture par l'action de diffusion.

#### IV.2.2.2.6. Attachement/détachement

Le mécanisme d'**attachement** est principalement fonction des forces de surface qui conduisent à la capture des particules par le filtre granulaire. Le type de forces impliquées dans l'attachement sont les forces électrostatiques,  $F_{VDW}$ , ou des interactions de type pont chimique de surface (Amirtharajah *et al.* (2002)). On distingue deux catégories de forces d'attachement dépendant de la distance minimale «  $d$  » entre la surface des particules et du filtre granulaire : les *forces de longue portée* si  $d$  est proche de 100 nm, et les *forces de courte portée* si  $d$  est supérieure à 5nm (Jegatheesan *et al.* (2005)).

Le **détachement** de particules n'est pas un mécanisme bien compris et son analyse est très complexe. Ce mécanisme peut se produire pour de nombreuses raisons et aléatoirement, par les forces de cisaillement hydrodynamique appliquées sur les flocs de particules, par l'évolution de taux de filtration ou par des conditions chimiques imposées (Moran *et al.* 1993 cités par Amirtharajah *et al.* (2002)).

#### IV.2.2.3. Les sites de rétention

On distingue quatre types de sites de rétention selon Herzig *et al.* (Figure IV.3) :

- Les sites de surface : la particule est retenue à la surface du milieu poreux.
- Les sites de crevasse : la particule peut être coincée entre deux surfaces voisines en contact du filtre granulaire formant une crevasse.
- Les sites de constriction : il s'agit d'un rétrécissement formé par des grains voisins dans le filtre granulaire ; il est plus petit que le diamètre des particules bloquées,
- les sites en caverne : on les appelle bras morts où les particules restent coincées sans issue dans le sens d'écoulement.

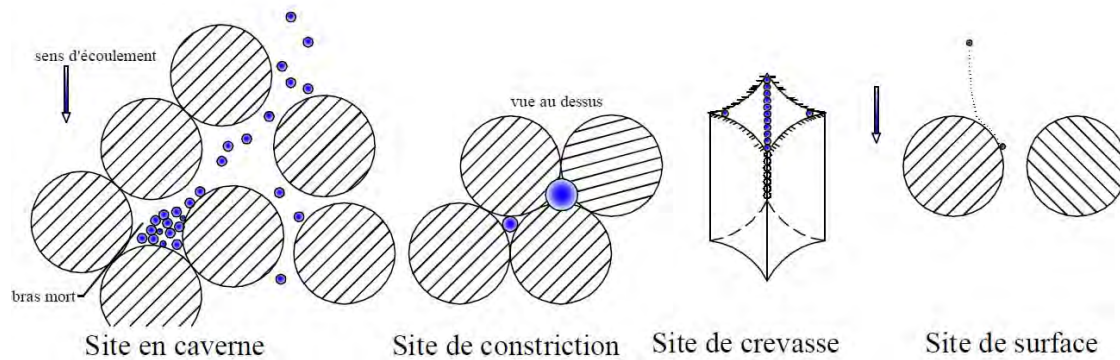


Figure IV.3: Sites de rétention

#### IV.2.2.4. Types de filtration en profondeur

On distingue essentiellement deux grands types de filtration en profondeur : la filtration mécanique et la filtration physico-chimique (Nadji (1998)). Comme nous l'avons déjà expliqué, la filtration mécanique dépend du rapport diamètre grain et le diamètre de la particule filtrante. La filtration physico-chimique est caractéristique de la filtration de particules colloïdales qui parviennent à coller aux parois du milieu poreux sous l'effet de forces physico-chimique malgré leurs faibles dimensions par rapport au diamètre moyen des pores du milieu poreux.

#### **IV.2.3. Modèles numériques de filtration des suspensions à travers un milieu poreux**

Rege et Fogler (1988) et Ghidaglia (1994) distinguent essentiellement quatre types de modélisations de la filtration de suspensions dans des lits granulaires. Il s'agit des modèles phénoménologiques (ou empiriques), les modèles stochastiques, les modèles réseaux, et les modèles d'analyse de trajectoires. Ces différents types de modèles seront détaillés dans ce qui suit.

Schwarz (1997) distingue deux types d'approches pour modéliser la filtration : l'approche macroscopique basée sur les équations de conservation de masse et pour un taux de filtration déterminé empiriquement, l'approche microscopique qui décrit le processus de transport des grains.

Ces modèles ont été développés pour simuler la filtration en profondeur de suspensions diluées de concentrations de l'ordre de 0.5 g/l (Ghidaglia (1994), Nadji (1998) et Herzig *et al.* (1970)). L'objectif technologique de ces modèles est de simuler les filtres utilisés dans l'épuration des eaux qui sont exposés à un colmatage fréquent et demande par conséquent des lavages fréquents (Leclerc (1988)).

##### ***IV.2.3.1. Modèles empiriques***

Les modèles phénoménologiques (Herzig *et al.* (1970) et Leclerc (1988)) considèrent les équations de conservation de masse, une équation cinétique qui décrit le taux de rétention des particules et une équation caractérisant l'évolution des pressions. Ces modèles ne se basent pas sur une modélisation physique des mécanismes de déposition des particules. Ils se contentent de déterminer des lois phénoménologiques de rétention et d'évolution des pressions conformes aux résultats expérimentaux. Donc, les paramètres de ces modèles n'ont pas nécessairement une signification physique bien définie. Par contre, les résultats fournis par ce type de modèles sont généralement en bon accord avec les résultats expérimentaux.

En négligeant le volume des particules en suspension devant le volume des particules capturées, et en négligeant la diffusion des particules, l'équation de conservation de la masse s'écrit :

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + U \cdot \frac{\partial c}{\partial x} = 0 \quad (4.9)$$

où  $c$  est la concentration des particules en suspension,  $U$  leur vitesse et  $\sigma$  la rétention des particules, c'est à dire le volume des particules capturées par unité de volume du filtre. La concentration des particules en suspension sont très souvent faibles (concentration de 0.1% d'après Herzig *et al.* (1970), concentration inférieures à 0.5 g/l d'après Ghidaglia (1994) et Nadji (1998)). Une équation, plus exacte que (4.9), qui ne tient pas compte des hypothèses simplificatrices est présentée par Herzig *et al.* (1970).

Afin de résoudre l'équation (4.9), la loi d'évolution de  $\sigma$  doit être déterminée. Herzig *et al.* (1970) démontrent la loi proposée par Iwasaki (1937) :

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \lambda \cdot U \cdot c \quad (4.10)$$

Le paramètre  $\lambda$  est appelé coefficient du filtre (Rege et Fogler (1988)). Il est fonction des différents paramètres du filtre et des suspensions, et évolue avec le colmatage. L'équation (4.10) est appelée équation cinétique par analogie aux réactions du premier ordre en cinétique chimique.

#### **IV.2.3.2. Modèles stochastiques**

Les modèles stochastiques consistent à utiliser une approche probabiliste de la filtration en profondeur des suspensions. Parfois, la filtration est considérée comme un processus de naissance et de mort (Rege et Fogler (1988)). L'événement naissance représente le blocage d'un pore initialement ouvert et l'événement mort représente le déblocage d'un pore initialement bloqué.

Tarafdar *et al.* (1992) ont présenté un modèle stochastique pour la filtration en profondeur, qui indique l'état de colmatage du filtre et prévoit les variations de pression. Il s'agit d'un modèle probabiliste qui suppose que le filtre à  $n$  états distincts en fonction de son colmatage. Il est plus simple que les modèles stochastiques de naissance et de mort qui sont présentés dans la littérature.

Les pressions sont déterminées en utilisant l'équation de Kozeny-Carman en conjonction avec le modèle de Payatakes *et al.* (1973). Enfin, il est à noter que le modèle possède un paramètre expérimental  $\kappa$  relié au blocage des pores qu'il est nécessaire d'évaluer. Les résultats du modèle sont en bon accord avec les résultats expérimentaux.

#### **IV.2.3.3. Modèles sur réseaux**

Il s'agit d'un type de modèles largement utilisé dans la littérature (Bouchelaghem (2003), Ghidaglia (1994), Ghidaglia *et al.* (1996), Rege et Fogler (1988) et Lee et Koplik (2001)).

Pour les modèles sur réseaux, l'espace des pores est modélisé par un réseau de conduites de tailles aléatoires et de forme cylindrique en général. Les débits sont calculés en se basant sur les équations de conservation de la masse à chaque nœud du réseau. La probabilité d'une particule d'être entraînée dans une conduite est proportionnelle au débit de la conduite (Ghidaglia (1994)).

Rege et Fogler (1988) modélisent le milieu poreux par un réseau. La modélisation ressemble à celle de Ghidaglia (1994). La possibilité de rétention d'une particule dans le milieu poreux est déterminée grâce à une loi de probabilité qui tient compte de différents mécanismes de blocage comme la constriction ou l'interception directe. Enfin, la surpression interstitielle due au blocage des particules dans les pores est déterminée en utilisant la relation de Happel et Brenner (1973).

#### **IV.2.3.4. Modèles d'analyse de trajectoire**

Rege et Fogler (1988) indiquent que ces modèles représentent le milieu poreux par des éléments collecteurs de certaines formes géométriques (sphériques, cylindriques et autres). Le calcul des champs de vitesse autour de chaque collecteur est effectué. Par la suite, le mouvement des particules est étudié en tenant compte des forces agissant sur elles. Ces modèles ont amélioré la compréhension des mécanismes de rétention au niveau des pores mais présentent certains inconvénients. Tout d'abord, ils ne prédisent pas précisément l'évolution de la perméabilité, probablement à cause de l'utilisation de l'équation de Kozeny-Carman qui considère une représentation trop simplifiée des



milieux poreux. Ensuite, la modélisation de la rétention n'est pas bien faite, à cause d'une transition brusque d'un colmatage faible à un colmatage accentué.

### **IV.3. Modélisation numérique de la filtration par couplage CFD-DEM**

Le travail que l'on propose dans cette partie de la thèse consiste à contribuer à la connaissance détaillée des mécanismes de rétention abordés lors de l'étude bibliographique précédente. Nous nous sommes basés sur l'étude expérimentale de Ghidaglia (1994) pour poser les conditions d'écoulement et de transport de particules. Le couplage CFD-DEM est utilisé pour simuler dans un premier temps l'expérience de Ghidaglia et dans un deuxième temps pour quantifier la distribution en profondeur du nombre de particules retenues.

Ghidaglia (1994) a développé une cellule de filtration de particules en suspension. La cellule contient un milieu poreux dense constitué par des billes de verre monodisperses, et les particules injectées sont aussi monodisperses mais de diamètre différent. La porosité initiale du milieu poreux est égale à 0.39. L'objectif du travail était d'évaluer la rétention des particules injectées en fonction du rapport des tailles des grains constituant le milieu poreux et des particules en écoulement. Les ordres de grandeur des grains du milieu poreux et des particules de la suspension ont été choisis telles que les forces hydrodynamiques et de gravité soient les seules à prendre en compte.

Les dimensions du milieu poreux étudié sont les suivantes : largeur 100 mm, épaisseur 39 mm et hauteur 500 mm. L'écoulement a été homogénéisé au sein de la cellule grâce à deux couches constituées par des mousses en céramique placées au-dessus et en dessous d'une couche en forme d'un nid d'abeille. Le fluide en écoulement a été choisi de manière à avoir le même indice de réfraction que les billes de verre ( $n=1.52$  à  $25^{\circ}\text{C}$ ). C'est un mélange de 60 % en volume de dibutylphtalate et de 40 % de santicizer (phtalate de butylbenzyl). La densité de ce mélange est de 1.07 et sa viscosité dynamique est de 29 cP à une température de  $23^{\circ}\text{C}$ .

Les particules filtrantes sont des billes en résine acrylique de densité 1.19 proche de celle du fluide. Ces particules sont enrobées par une couche d'or afin de les distinguer et pouvoir les visualiser. Leur diamètre varie de 575 $\mu$ m à 870 $\mu$ m.

Différentes tailles de billes de verre constituant le milieu poreux ont été choisies séparément pour chaque expérience. Ces billes ont un diamètre de 3mm, 4mm, 5mm et 6mm et de densité 2.5. Pour assurer le caractère désordonné de l'empilement, Ghidaglia a rempli partiellement ce milieu par de grosses billes, le reste de l'empilement est rempli par des sphères monodisperses.

A l'aide d'une pompe, L'écoulement du fluide est dirigé du bas vers le haut de l'empilement, la vitesse superficielle appliquée est d'environ 0.017m/s. Grâce à une seringue les particules sont injectées à l'entrée de la partie inférieure de l'empilement. L'expérience consiste à injecter une ou plusieurs particules et à noter si elles arrivent à traverser le milieu poreux ou pas. Lorsque la particule est retenue, les coordonnées du point de capture sont notées.

#### **IV.3.1. Paramètres physiques et numériques de notre étude**

Le milieu poreux est constitué de 19900 sphères monodisperses de diamètre 5mm avec un désordre partiel effectué à l'entrée du milieu poreux par la mise en place de 100 sphères de diamètre 1cm (Figure IV.4). La porosité moyenne de cet empilement calculée par PFC3D est d'environ 0.4. Cet empilement est maintenu par deux grilles de mailles carrées, d'espacement 2mm, disposées sur les faces supérieure et inférieure du milieu poreux. La distance entre la grille et l'entrée est de 50 mm

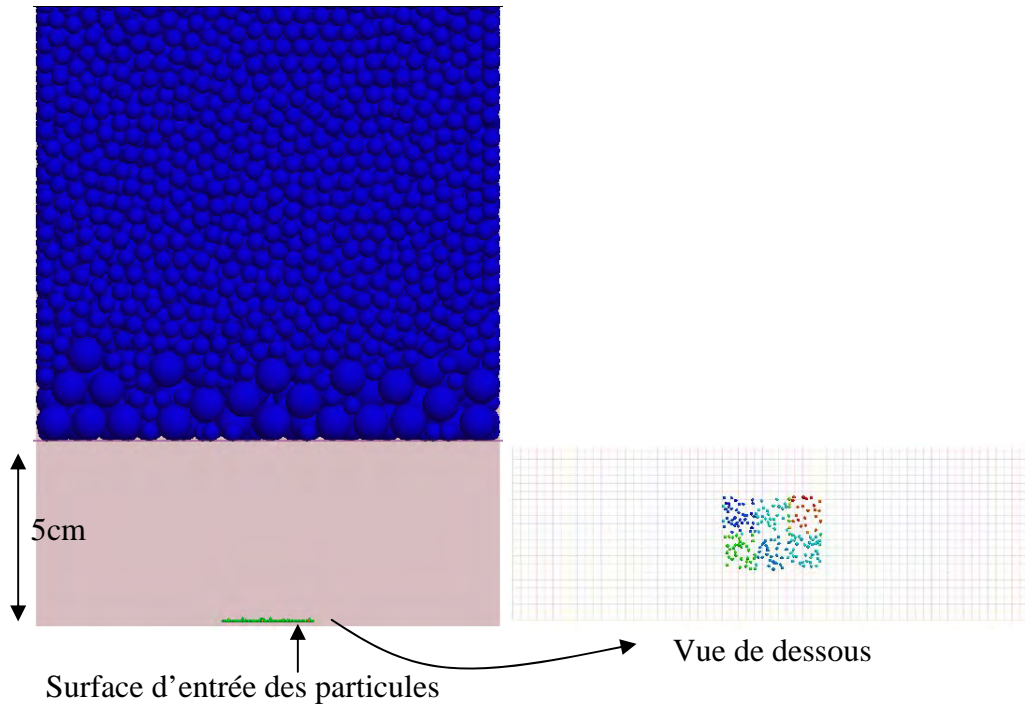


Figure IV.4: Schéma du milieu étudié

L'écoulement du fluide est effectué du bas vers le haut. On a injecté à la fois 200 particules de densité 1.19. Ces particules ont des diamètres de  $800\mu\text{m}$  à  $830\mu\text{m}$ . la Figure IV.5 représente la distribution granulométrique des particules obtenue aléatoirement par PFC3D.

Les vitesses interstitielles de l'écoulement du fluide imposées sont :  $0.012\text{m/s}$ ,  $0.036\text{m/s}$  et  $0.048\text{ m/s}$ . Nous avons choisi deux sens de la gravité pour chaque vitesse d'écoulement. Un sens de gravité parallèle à l'écoulement et l'autre opposé à l'écoulement du fluide. Notons que la direction de l'écoulement est verticale.

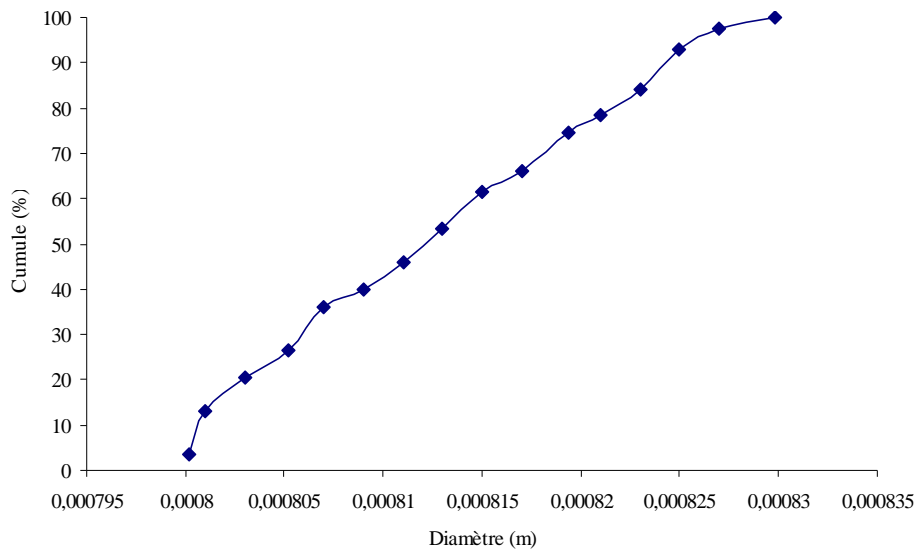


Figure IV.5: Courbe granulométrique des particules filtrantes dans le milieu poreux

Le maillage utilisé dans cette étude est du type tétraédrique. Le nombre de mailles suivant la largeur, l'épaisseur et la hauteur est 15 x 4x 60 respectivement. Le volume de chaque maille est de  $6.77 \times 10^{-7} \text{ m}^3$ .

Dans un premier temps, nous avons effectué un test par programmation de la corrélation de la force de traînée normalisée que nous avons proposée au chapitre III (3.43) en langage « *fish* » sur le modèle de Ghidaglia (1994). Le problème qu'on a rencontré est qu'un algorithme écrit en langage « *fish* » est 100 fois plus lent qu'un algorithme écrit en C++. Puisque, à chaque itération de pas de temps, PFC3D prend un temps considérable pour chercher l'adresse de chaque particule. On s'est donc contenté d'utiliser la corrélation de Di Felice (1994) proposée par défaut dans PFC3D et qui ne nécessite pas de programmation supplémentaire.

Le couplage DEM-CFD s'effectue de la même manière que dans le chapitre II. C'est-à-dire, les équations ((1.38) et (1.66)) gouvernent le mouvement des particules et les équations ((1.62) et (1.64)) décrivent le mouvement du fluide. Les termes du couplage sont donnés par la corrélation de la force de traînée de Di Felice (1994) (équations (1.67), (1.68) et (1.69)). Le coefficient de traînée est celui de l'équation (1.71). Le pas de temps du couplage choisi dans l'étude numérique est de  $5 \times 10^{-4} \text{ s}$ .

### IV.3.2 Résultats

Pour déterminer la distribution des particules dans le milieu, on introduit le paramètre adimensionnel  $\lambda = \frac{\Delta z}{D}$  où  $\Delta z$  est la distance de pénétration de la particule et  $D$  le diamètre de billes de l'empilement, dans ce cas  $D=5\text{mm}$ . Le paramètre  $\lambda$  varie de 0 à 86 dans notre cas. La fonction  $n(\lambda)$ , présentée dans les figures de distribution de profondeurs de pénétration de particules, indique le nombre de particules ayant parcouru la distance adimensionnelle  $\lambda$  sur le nombre total de particules injectées dans le milieu soit 200 particules.

Dans le but de déterminer les forces dominantes dans le mécanisme de rétention, on présente sur les figures (Figure IV.6, Figure IV.11 et Figure IV.16) la distribution  $n(\lambda)$  avec une gravité dans le sens de l'écoulement et sur les figures (Figure IV.7, Figure IV.12 et Figure IV.18) la distribution  $n(\lambda)$  avec une gravité opposée au sens d'écoulement. Notons que malgré l'utilisation de la corrélation par défaut, un calcul dure au moins 1 mois. Cette durée est d'autant plus grande que la vitesse de l'écoulement augmente.

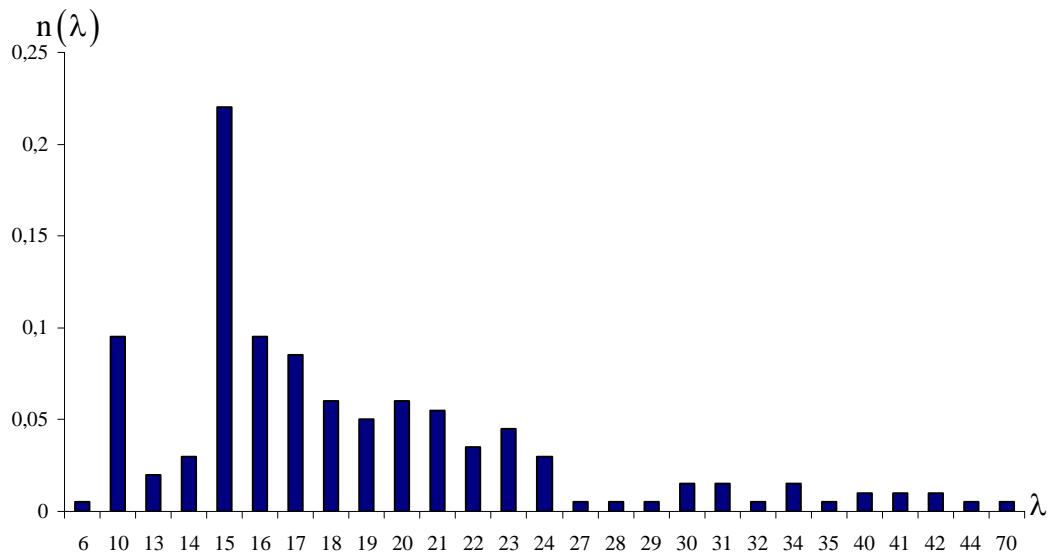


Figure IV.6: Distribution de la profondeur de pénétration de 200 particules dans un milieu poreux à  $t=19.9\text{s}$  (la gravité est dans le même sens que l'écoulement de vitesse  $0.012\text{ m/s}$ )

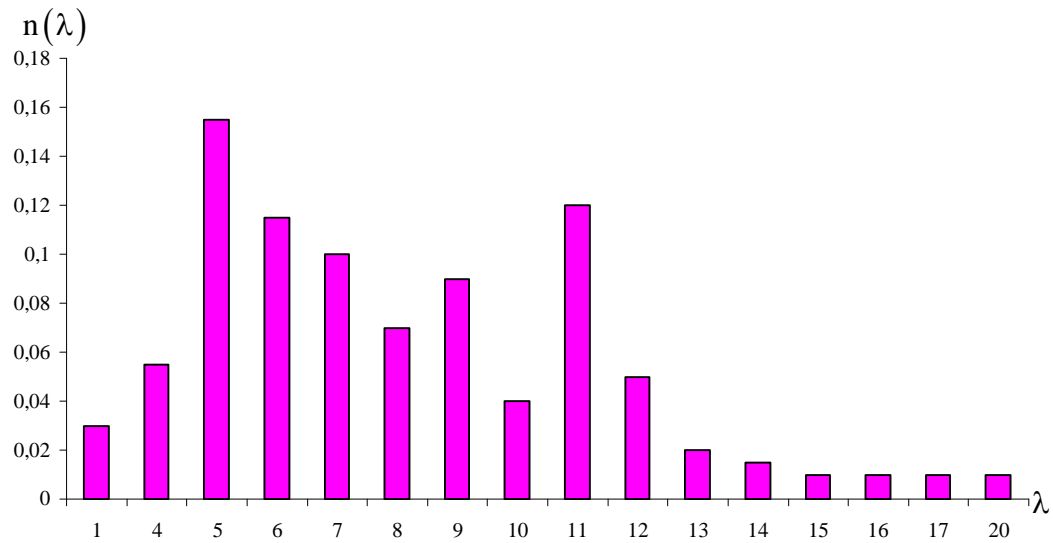


Figure IV.7: Distribution de la profondeur de pénétration de 200 particules dans un milieu poreux à  $t=24.4s$  (la gravité est dans le sens opposé que l'écoulement de vitesse  $0.012 \text{ m/s}$ )

On remarque que la pénétration est davantage facilitée lorsque la force hydrodynamique et la force de gravité agissent dans le même sens. L'apport de la confrontation des deux courbes est que dans le cas où les forces agissent dans le même sens, la distribution présente un pic alors que dans le cas où les forces sont opposées, plusieurs pics sont identifiés. Dans ce dernier cas le pic de colmatage se produit à l'entrée du milieu.

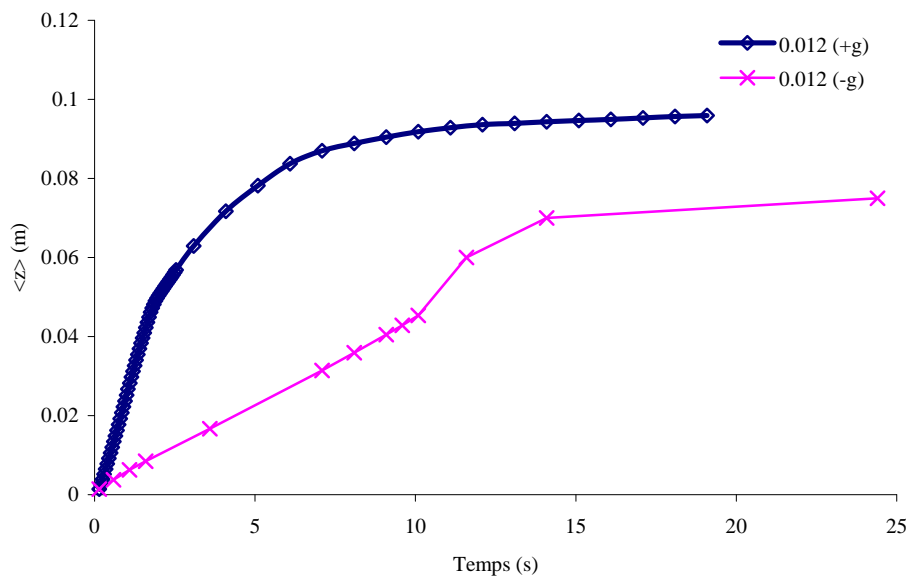


Figure IV.8: Moyenne de la profondeur de 200 particules, dans un empilement désordonné de sphères, entraînées par une vitesse d'écoulement  $0.012 \text{ m/s}$

La Figure IV.8 représente la profondeur moyenne de pénétration en fonction du temps. Cette moyenne est calculée en prenant à chaque instant la moyenne des positions de toutes les particules. On constate qu'il existe des valeurs limites de la profondeur de pénétration des particules quelque soit la combinaison des forces.

Sur la Figure IV.9 et la Figure IV.10, on présente la filtration de particules à travers le milieu poreux sous l'effet de la vitesse d'écoulement du fluide et selon la direction de la gravité. Pour chaque figure on représente la position des particules à deux instants différents. On remarque sur ces figures que le colmatage des particules est plus profond quand la gravité est dans le même sens que l'écoulement. Dans le cas où les forces sont opposées, les particules éprouvent une difficulté à se déplacer dans le milieu poreux.

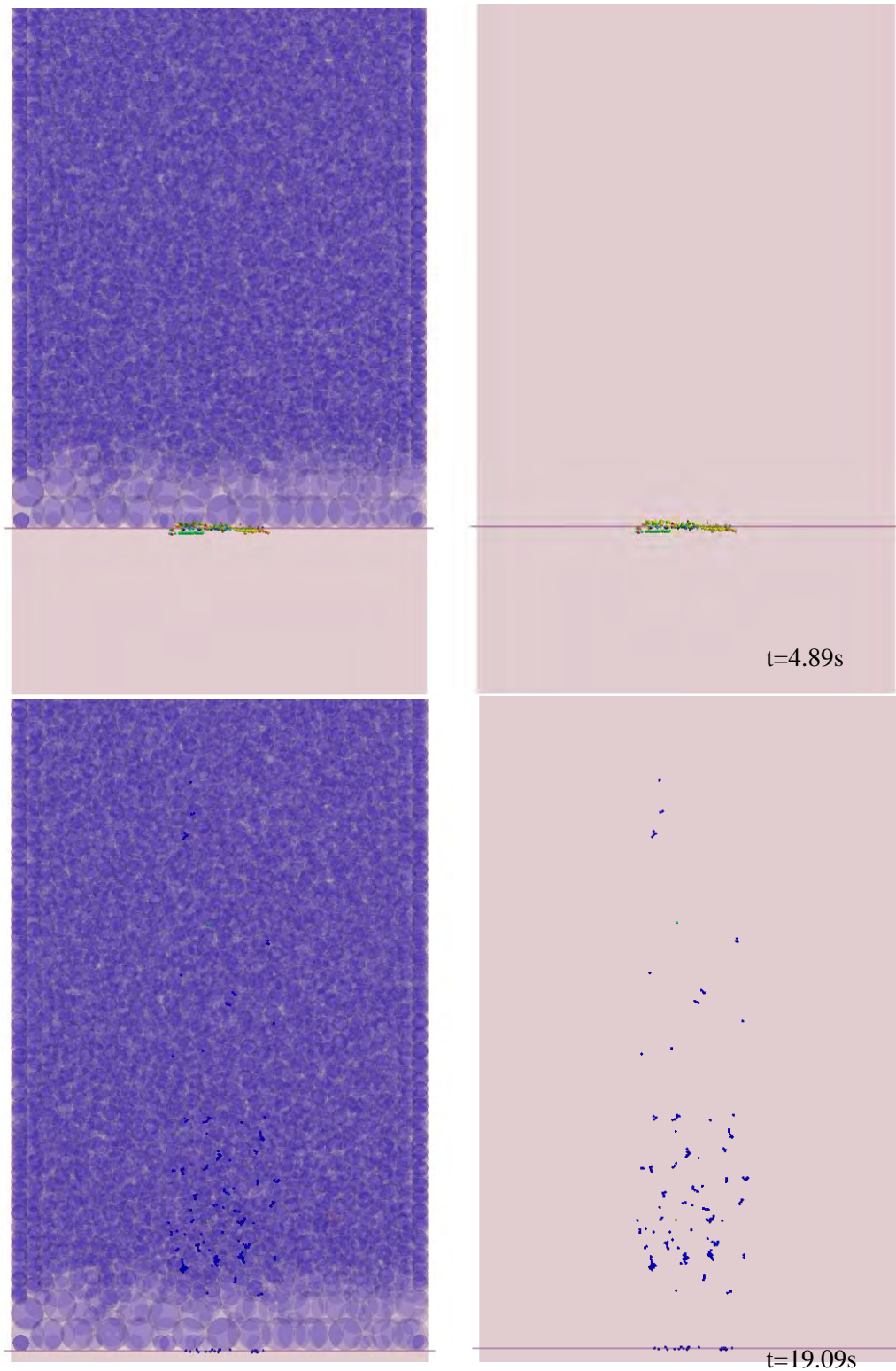


Figure IV.9: Rétention de particules dans le milieu poreux (la gravité est dans le même sens que l'écoulement de vitesse 0.012 m/s)



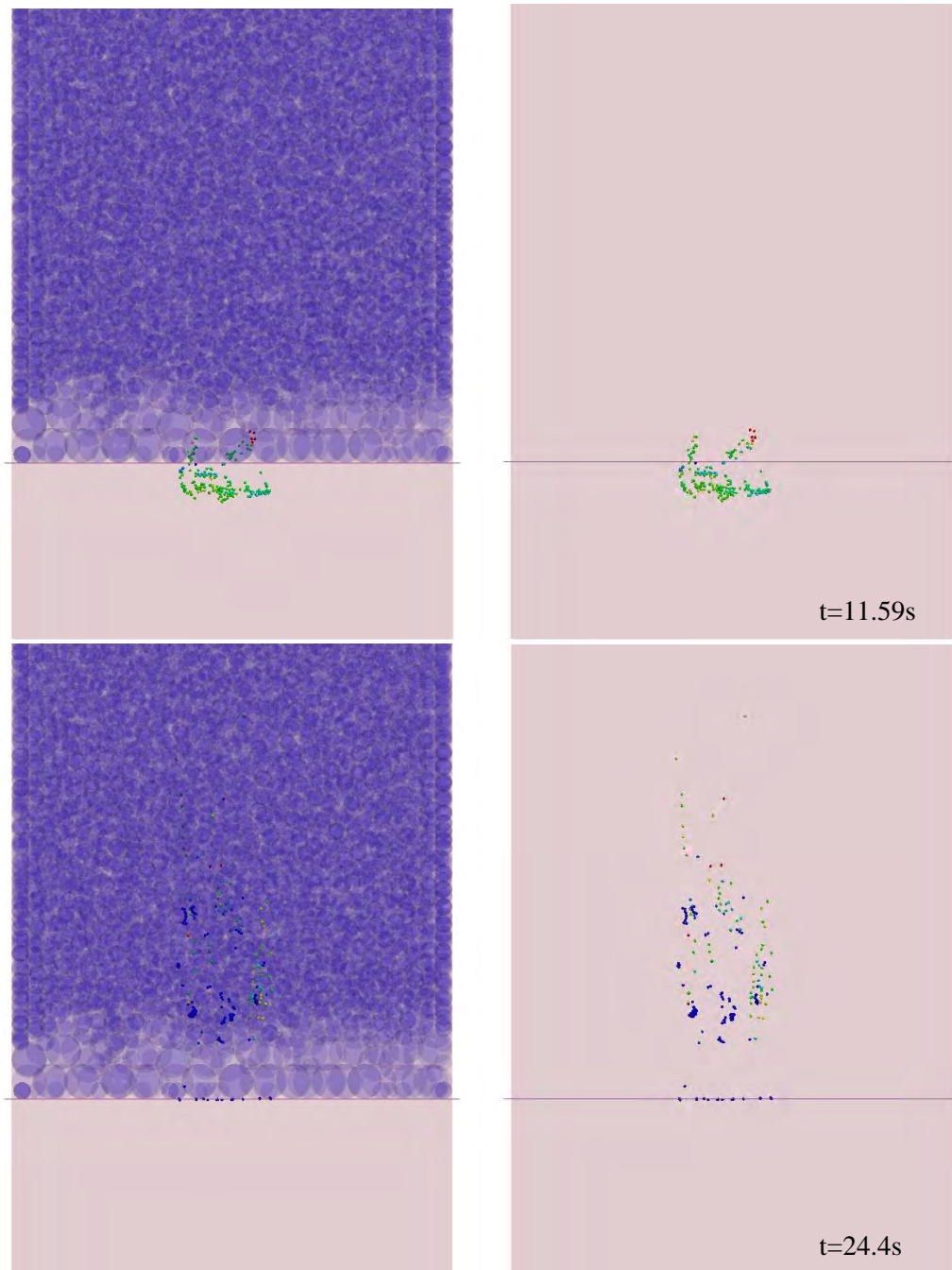


Figure IV.10: Rétention de particules dans le milieu poreux (la gravité est dans le sens opposé que l'écoulement de vitesse 0.012 m/s)

Par la comparaison des figures (Figure IV.6 et Figure IV.11), on constate que les particules sont légèrement capturées à une distance d'environ 5 diamètres de billes du milieu depuis la surface quand la vitesse d'écoulement du fluide augmente. Par contre, si la gravité agit dans le sens opposé de l'écoulement et la vitesse de fluide est de 0.036m/s, les particules se déplacent légèrement vers le fond du milieu poreux. On

constate également sur les figures (Figure IV.7 et Figure IV.12) deux pics de valeurs 5D et 6D depuis la surface du milieu poreux. Ces pics sont le résultat de rétention de particules à la fois dans un site de rétention formé par des sphères du milieu. Ces pics restent les mêmes quel que soit le sens de la gravité. Cependant, une gravité agissante dans le même sens de l'écoulement entraînent les particules profondément dans l'empilement.

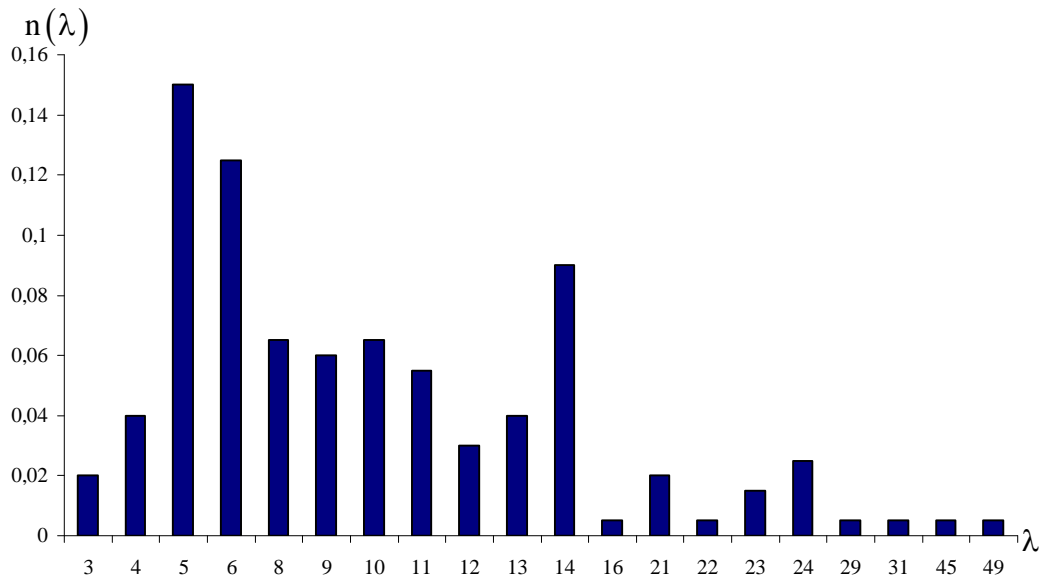


Figure IV.11: Distribution de la profondeur de pénétration de 200 particules dans un milieu poreux à  $t=12.098s$  (la gravité est dans le même sens que l'écoulement de vitesse  $0.036 \text{ m/s}$ )

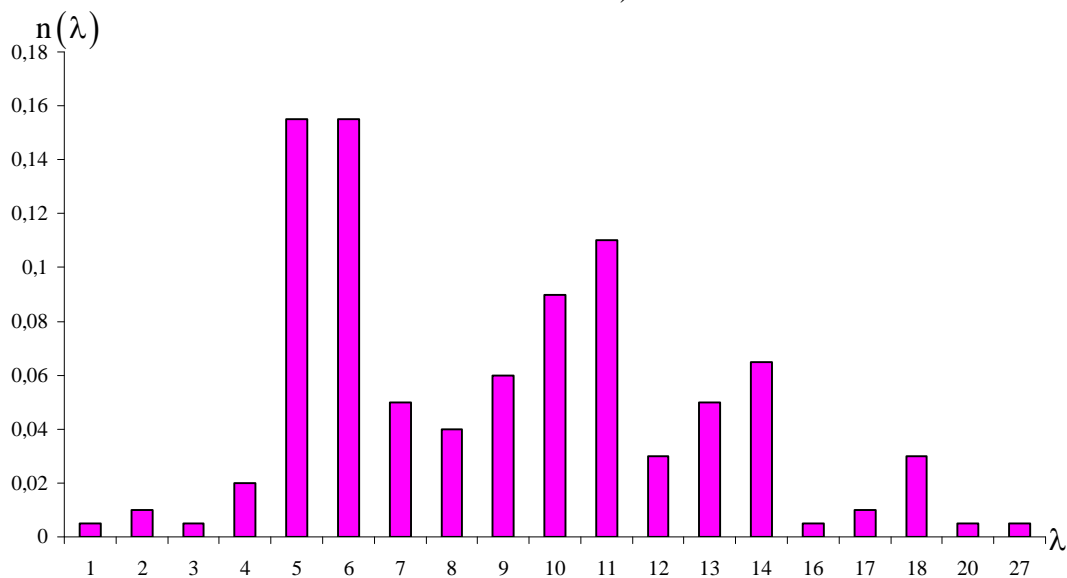


Figure IV.12: Distribution de la profondeur de pénétration de 200 particules dans un milieu poreux à  $t=11.598s$  (la gravité est dans le sens opposé que l'écoulement de vitesse  $0.036 \text{ m/s}$ )

Sur la Figure IV.13, on conclut que les forces hydrodynamiques deviennent importante par rapport à la force gravitationnelle quel que soit le sens de la gravité. Les particules sont capturées aux mêmes endroits. Un léger déplacement des particules vers le fond du milieu poreux quand la gravité s'additionne aux autres forces agissantes sur ces particules.

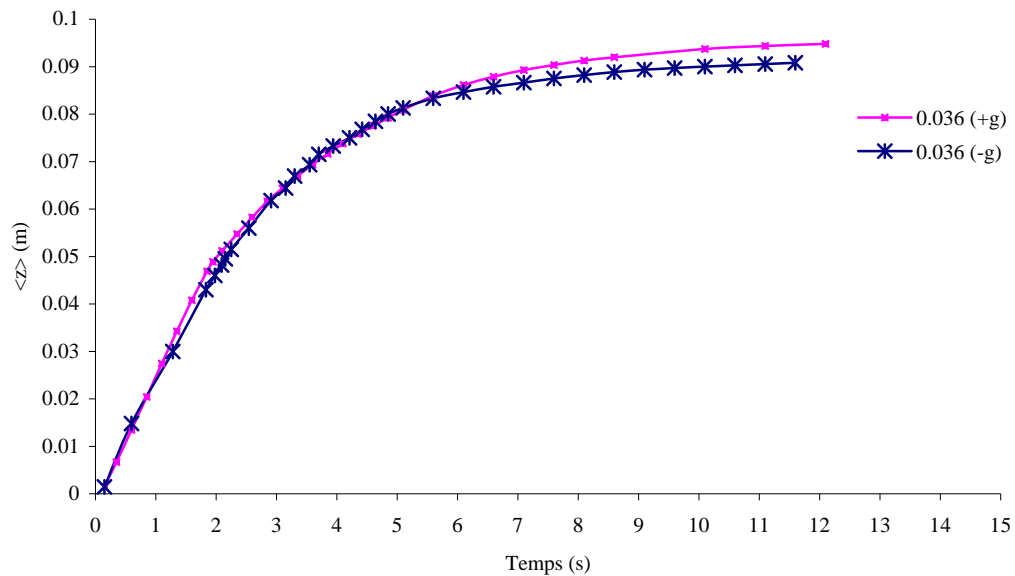


Figure IV.13: Moyenne de la profondeur de 200 particules, dans un empilement désordonné de sphères, entraînées par une vitesse d'écoulement 0.036m/s

Sur les figures (Figure IV.14 et Figure IV.15), on remarque que le niveau de colmatage des particules est presque le même, quel que soit le sens de la gravité.

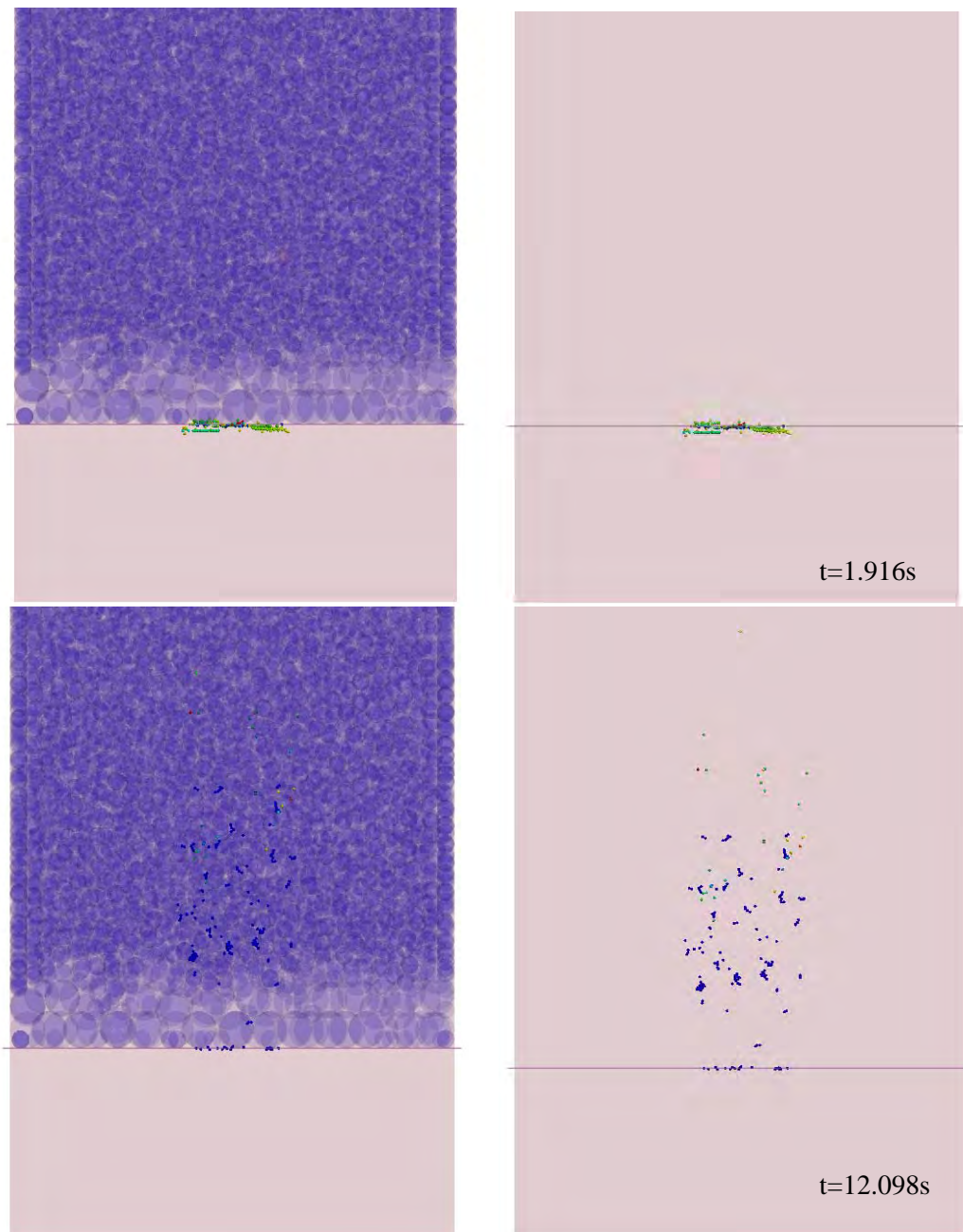


Figure IV.14 : Rétention de particules dans le milieu poreux (la gravité est dans le même sens que l'écoulement de vitesse 0.036 m/s)

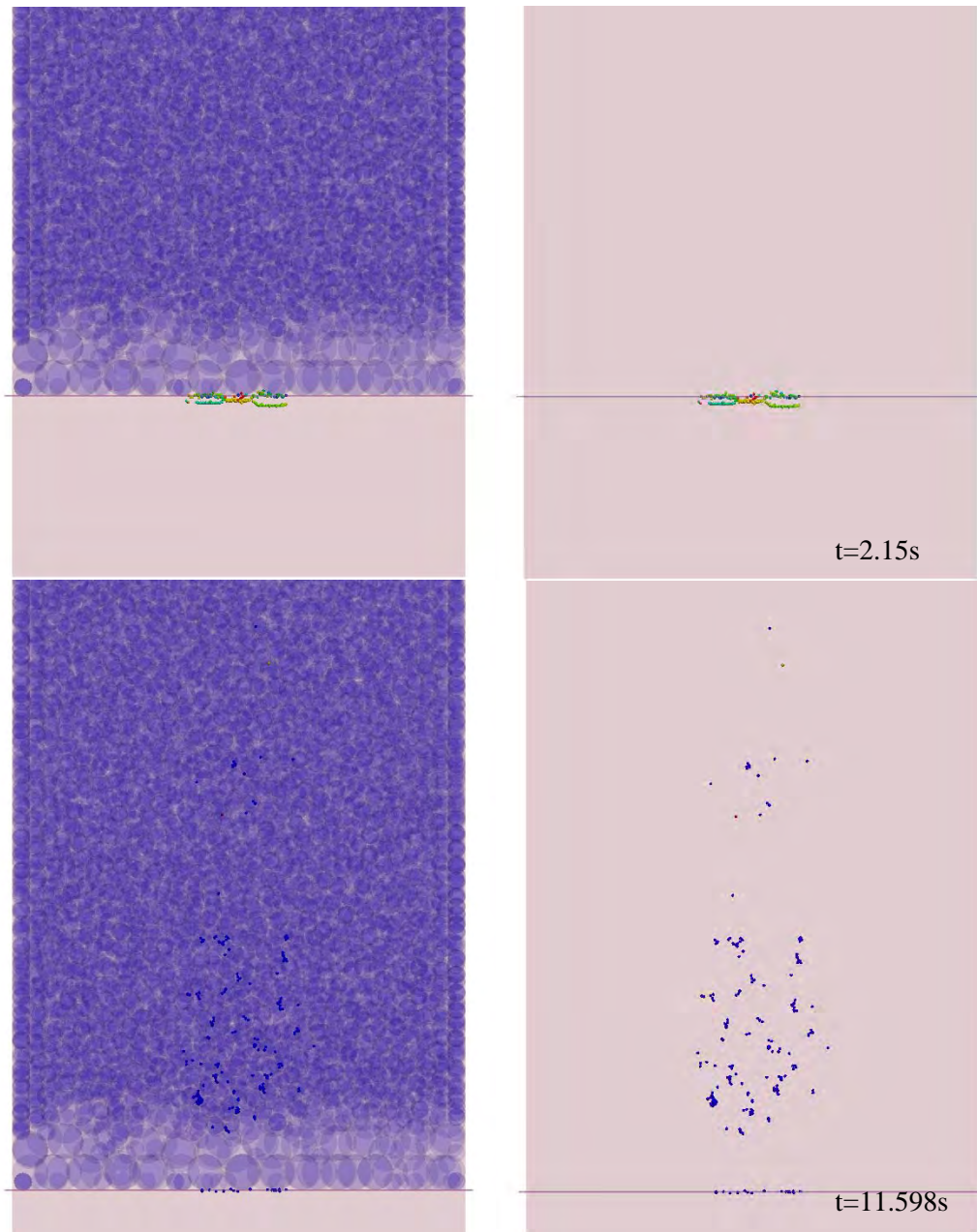


Figure IV.15 : Rétention de particules dans le milieu poreux (la gravité est dans le sens opposé que l'écoulement de vitesse 0.036 m/s)

Par la comparaison entre la Figure IV.16 et la Figure IV.17, on constate que les particules sont capturées en masse à partir de l'entrée du milieu poreux jusqu'à une distance d'environ  $14D$  depuis la surface. Le reste des particules isolées sont capturées en moyenne à une distance d'environ  $26D$  depuis la surface. Les deux pics prononcés, sur la Figure IV.16, correspondent à 16% de particules capturées à des distances  $5D$  et

6D depuis la surface. Sur la Figure IV.17, les pics prononcés correspondent à des distances de 3D et 7D depuis la surface. Le pourcentage maximal, de particules ayant parcouru la même distance, est d'environ 11%.

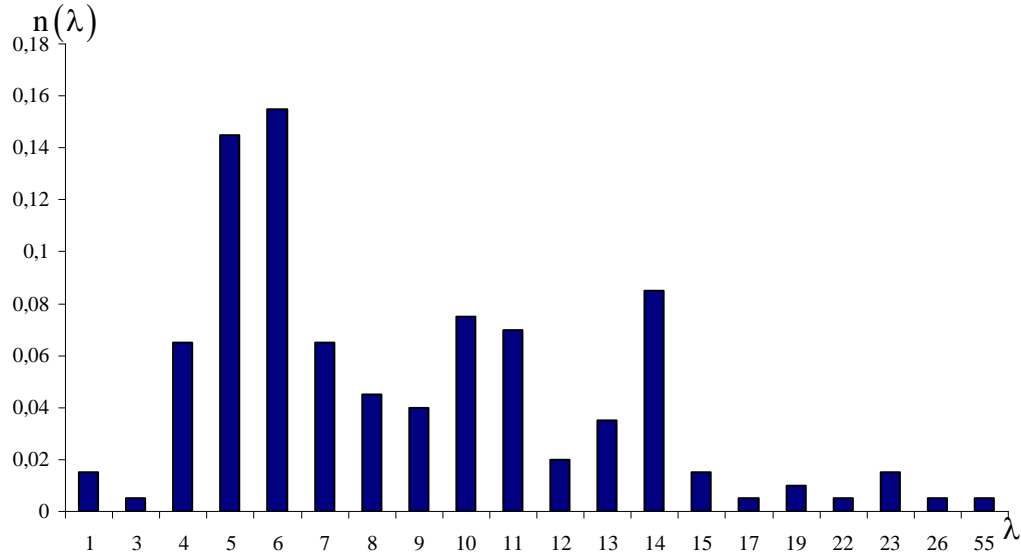


Figure IV.16: Distribution de la profondeur de pénétration de 200 particules dans un milieu poreux à  $t=13.098s$  (la gravité est dans le même sens que l'écoulement de vitesse  $0.048 \text{ m/s}$ )

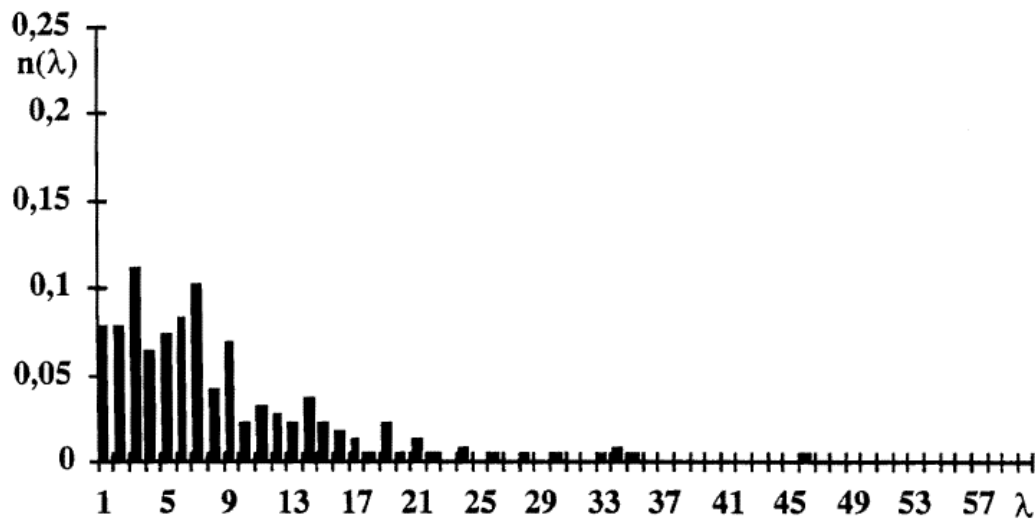


Figure IV.17 : Distribution de la profondeur de pénétration de 200 particules entraînées par un écoulement du haut vers le bas (d'après Ghidaglia (1994))

Sur la Figure IV.18 on constate que le colmatage est accentué entre une distance de 5D et une distance de 9D et diminue à partir d'une distance de 14D depuis la surface.

Des traces de particules piégées sont constatées jusqu'à 33D depuis la surface. De même, la Figure IV.19 illustre presque le même phénomène de colmatage remarqué sur la Figure IV.18 avec des pourcentages différents. Cette différence provient forcément de la structure de l'empilement.

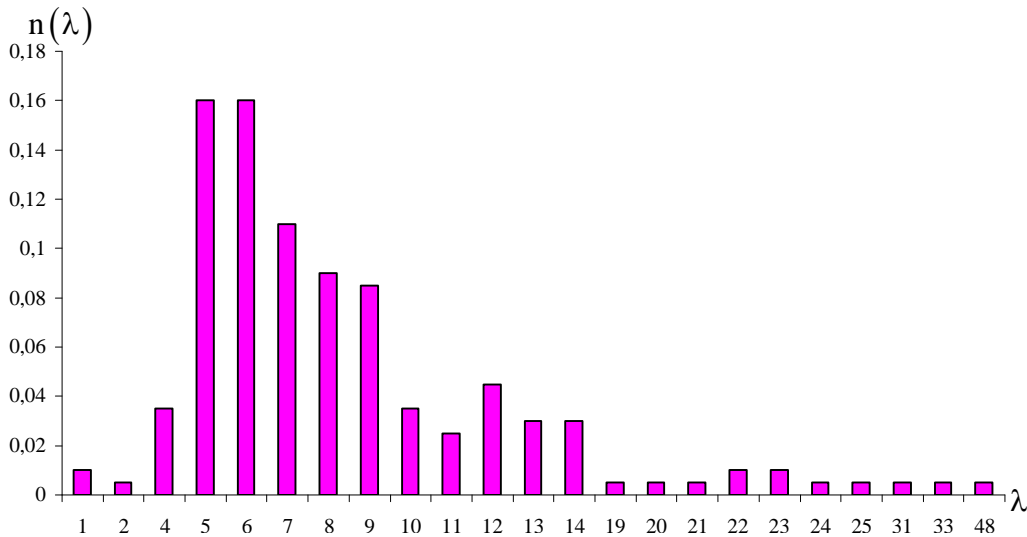


Figure IV.18 : Distribution de la profondeur de pénétration de 200 particules dans un milieu poreux à  $t=11.548s$  (la gravité est dans le sens opposé que l'écoulement de vitesse  $0.048 \text{ m/s}$ )

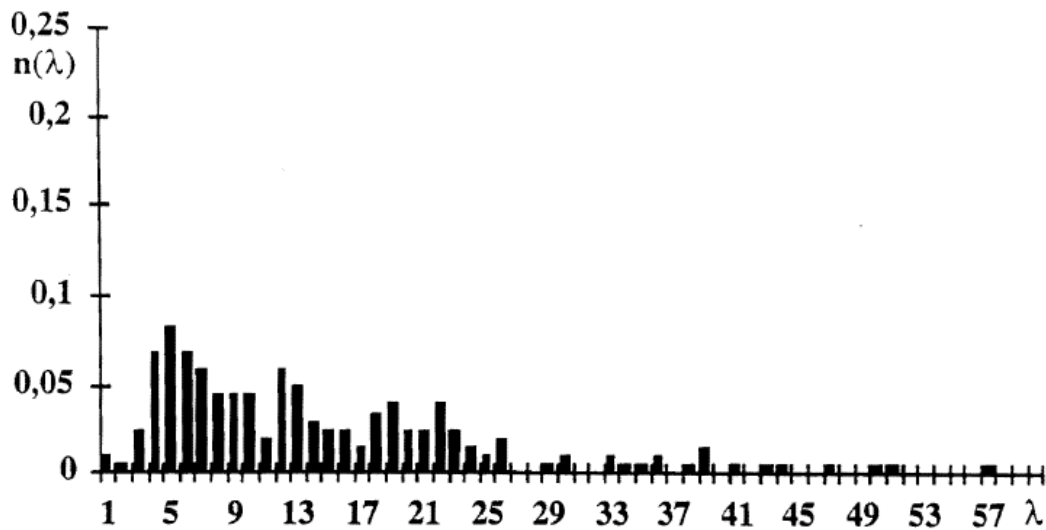


Figure IV.19 : Distribution de la profondeur de pénétration de 200 particules entraînées par un écoulement du bas vers le haut (d'après Ghidaglia (1994))

Sur la Figure IV.20, on remarque que la côte moyenne de particules capturées est presque la même quel que soit le sens de gravité. Dans ce cas, la force devient négligeable devant les forces hydrodynamiques. De plus, on constate que le colmatage



atteint sa limite. Il dépend essentiellement de l'espace des rétrécissements formés par les grains du milieu poreux.

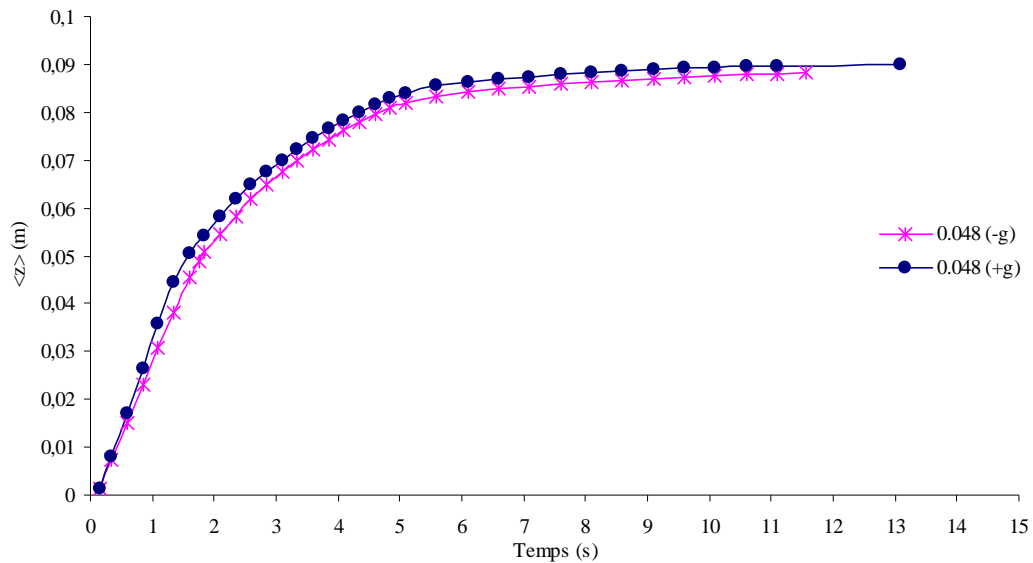


Figure IV.20 : Moyenne de la profondeur de 200 particules, dans un empilement désordonné de sphères, entraînées par une vitesse d'écoulement 0.048m/s

On illustre sur les figures (Figure IV.21 et Figure IV.22) les zones de colmatage de particules dans le milieu poreux sous l'effet d'écoulement de fluide et le sens de la gravité. Sur ces figures, on remarque que les zones de colmatage restent les mêmes quel que soit le sens de la gravité.



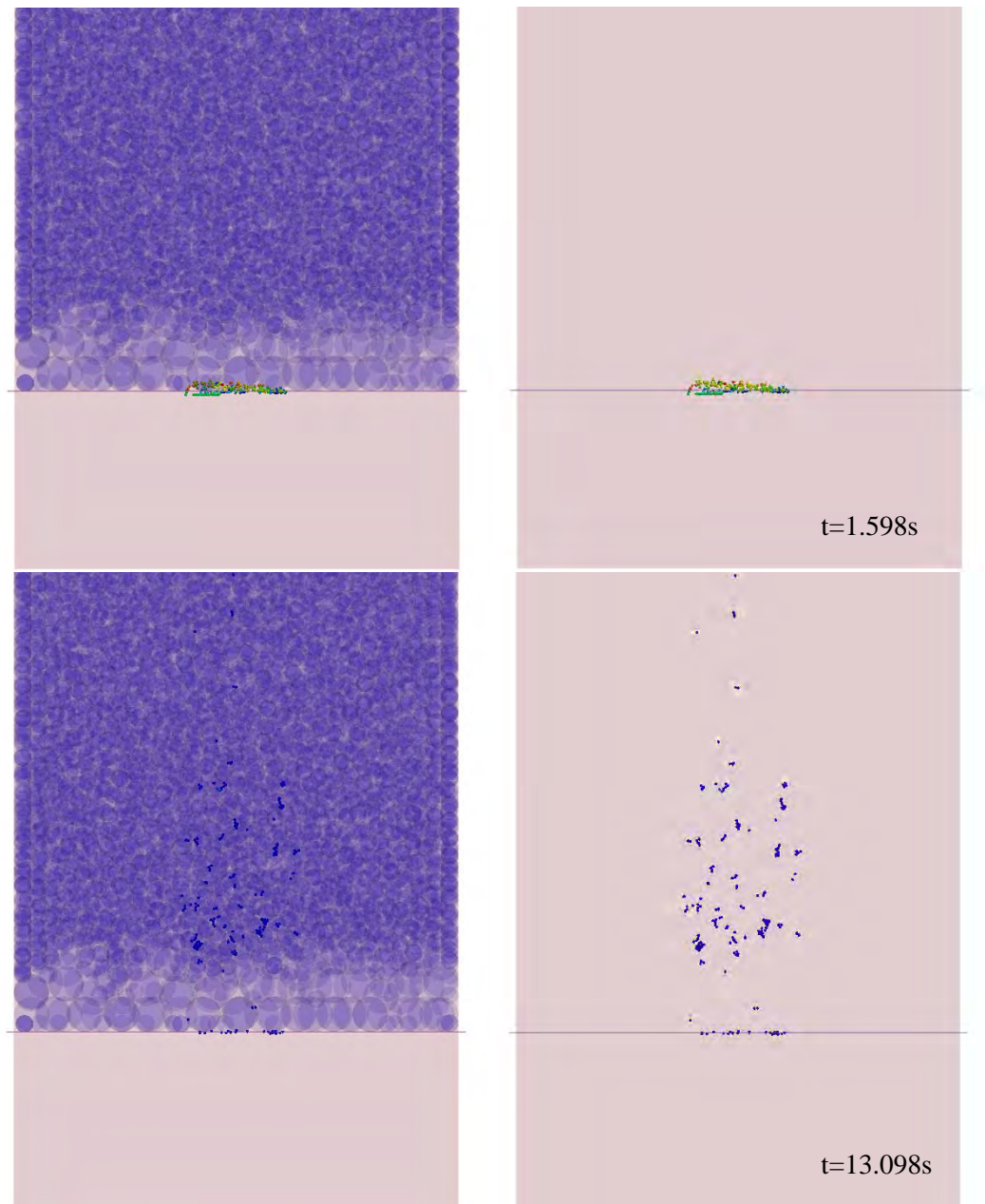


Figure IV.21: Rétention de particules dans le milieu poreux (la gravité est dans le même sens que l'écoulement de vitesse 0.048 m/s)

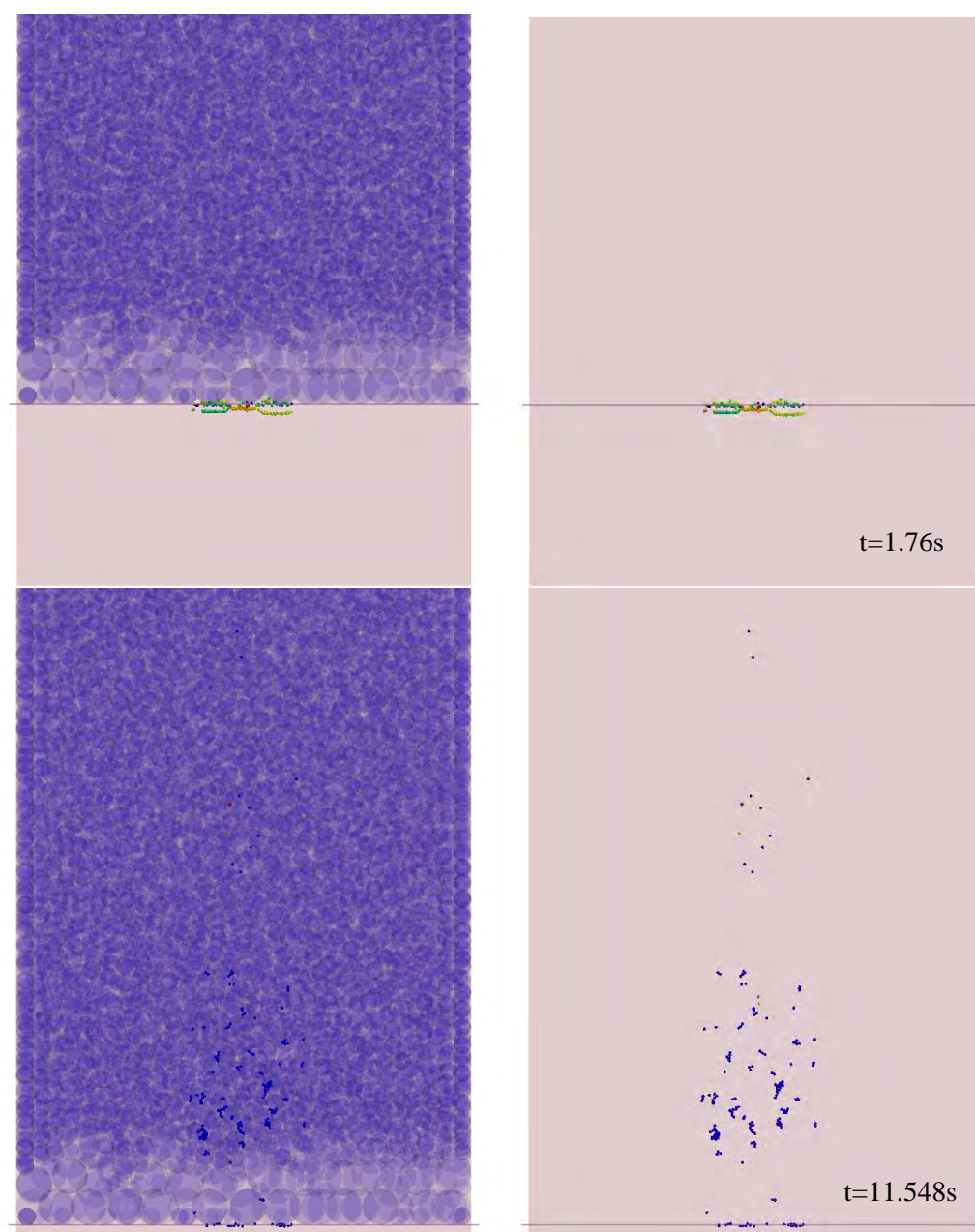


Figure IV.22: Rétention de particules dans le milieu poreux (la gravité est dans le sens opposé que l'écoulement de vitesse 0.048 m/s)

#### **IV.4. Conclusion**

Cette étude numérique nous a permis de modéliser le phénomène de filtration d'un ensemble de particules se propageant dans un empilement désordonné de sphères, de porosité égale à 0.4.

Nous avons mis en évidence l'effet de la filtration de particules entraînées par un écoulement permanent avec la gravité imposée dans le sens opposé à l'écoulement et dans le sens de l'écoulement. L'analyse à l'échelle des grains montre effectivement les zones de colmatage qui se développent dans ce milieu poreux.

La distribution des particules retenues à différentes profondeurs présente plusieurs pics situés entre 5 et 11 diamètres de billes du milieu poreux, depuis la surface, lorsque la gravité agit dans le sens opposé à celui du fluide. Tandis qu'on constate la présence d'un seul pic plus prononcé situé à environ 15 diamètres de billes lorsque la gravité agit dans le même sens que le fluide. On constate également que plus on augmente la vitesse d'écoulement, plus les pics deviennent prononcés quel que soit le sens de la gravité par rapport au sens d'écoulement du fluide. De plus, à une vitesse maximale de fluide, le colmatage atteint une limite. Ainsi, le colmatage des particules est d'autant plus profond avec une gravité agissante dans le sens de l'écoulement.



## Conclusion générale

Le point de départ de l'ensemble des études présentées dans ce mémoire a eu pour impulsion, l'enjeu de la compréhension des phénomènes de transport de particules solides dans un milieu poreux granulaire saturé, sujet à l'écoulement de fluide. Ce transport de particules solides en suspension dans un fluide est un procédé de séparation de phases qui se produit dans de nombreux processus rencontrés en particulier dans les milieux poreux naturels et plus spécifiquement dans le domaine du génie civil. Il est donc important de connaître les mécanismes et les conséquences de ce transport.

Pour analyser ce transport à l'échelle des grains ou des pores, nous avons utilisé deux codes de calcul, l'un pour le milieu granulaire, l'autre pour le fluide. Le couplage entre ces deux codes nous a permis de calculer l'interaction fluide – particules solides.

Dans un premier temps, la recherche bibliographique détaillée sur les méthodes de calcul des matériaux poreux granulaires a permis de montrer que le couplage CFD-DEM est peu utilisé et relativement récent. En effet, la puissance des calculateurs de plus en plus importante autorise à considérer non seulement un grand nombre de particules mais aussi des interactions à des échelles petites. Le calcul utilisant le couplage CFD-DEM a été réalisé par le code FINAS pour l'écoulement de fluide et le code PFC3D, pour la matrice granulaire. Un traitement numérique complété par des expériences de visualisation sur le transport des particules isolées dans un milieu poreux 2D, a contribué à valider le couplage CFD-DEM et démontre la capacité de ce couplage à simuler le transport diphasique de particules solides dans un milieu poreux saturé. Cette validation nécessite cependant de prendre des dispositions contraignantes:

- le maillage fluide doit être assez raffiné au niveau des passages étroits ;
- le pas de temps de PFC3D est artificiellement rallongé tout en restant inférieur au pas de temps fluide.

Le couplage CFD-DEM nous a permis d'analyser les problèmes suivants liés aux matériaux poreux granulaires :

- Transport des particules solides, par sédimentation, dans un milieu poreux 2D.

- Ecoulement de fluide, en régime de Stokes, à travers des empilements périodiques de sphères pour le calcul de la perméabilité d'un milieu poreux granulaire.
- Entrainement des particules solides par le fluide lui-même dans un milieu poreux désordonné de sphères sous différentes vitesses d'écoulement dans le but d'analyser le phénomène de colmatage ou d'érosion de matériaux poreux granulaires.

Les résultats du transport des particules solides, par sédimentation, dans un milieu poreux 2D indiquent clairement le ralentissement des particules dû à l'interaction avec le milieu poreux. Pour des particules pesantes autour de 1 mm de diamètre, cette interaction se compose de chocs, de roulement, de frottement et de chute en milieu très confiné. Le comportement des particules dépend non seulement de la taille des particules par rapport à la taille des conduits, mais aussi de leur état initial avant l'infiltration dans le milieu poreux.

Ce couplage nous a permis d'étudier l'écoulement de fluide à travers des empilements périodiques de sphères en régime de Stokes. Afin de quantifier la perméabilité d'un milieu poreux dans ce régime, nous avons implémenté dans les codes une nouvelle corrélation de la force de traînée basée sur les résultats de référence de Zick et Homsy (1982) obtenus par la méthode des intégrales de frontière. Nous avons ainsi déterminé une relation perméabilité-porosité valable en régime de Stokes.

Enfin, nous avons mené une étude numérique sur le transport de particules fines (rapport taille des particules-taille des grains du milieu poreux égal à 0.16), dans un milieu poreux constitué d'un empilement désordonné de sphères et de porosité égale à 0.4. Ces particules de densité proche de celle du fluide porteur pour les maintenir facilement en suspension sont introduites dans le milieu sous différentes vitesses d'écoulement. En se plaçant dans l'hypothèse où seules les forces de gravité et de viscosité prédominent, l'analyse à l'échelle des grains montre effectivement les zones de colmatage qui se développent dans ce milieu poreux. Les courbes de distribution des particules retenues à différentes profondeurs présentent un pic situé à environ 15 diamètres de billes depuis la surface lorsque la gravité agit dans le même sens que le

fluide et plusieurs pics moins prononcés situés entre 5 et 11 diamètres lorsque la gravité agit dans le sens opposé à celui du fluide. Lorsqu'on augmente la vitesse d'écoulement du fluide, les pics deviennent prononcés, à environ 5 diamètres des billes du milieu poreux depuis la surface, quel que soit le sens de la gravité par rapport au sens d'écoulement. De plus, à une vitesse maximale de fluide le colmatage atteint une limite.

Les perspectives suivantes peuvent être envisagées pour prolonger ce travail:

- La prise en compte de la résistance des milieux périodiques sous différents régimes d'écoulement.
- Etudier le transport de particules dans des milieux poreux périodiques non saturés pour se rapprocher des conditions réelles d'application.
- Visualisation du colmatage et mesure de la profondeur de filtration sous différentes conditions de vitesse et de rapport de tailles.





## Liste des figures et des tableaux

### Liste des figures

Figure I.1: Reconnaissance de frontières par la méthode $\alpha$ -forme (d'après Oñate <i>et al.</i> (2004, 2006) ; Oliver <i>et al.</i> (2007)).....	9
Figure I.2: Modèle de frottement dans la méthode PFEM (d'après Oliver et al. 2005, 2007).....	10
Figure I.3: voisinage d'une particule.....	13
Figure I.4: Le paramètre nodal $u_i$ (Hamrani et Belaidi 2010).....	15
Figure I.5: discrétisation d'un domaine (Hamrani et Belaidi 2010).....	17
Figure I.6: Schéma du cycle de calcul sur PFC3D. ....	23
Figure I.7: Contact de type sphère-sphère.....	24
Figure I.8: Volume fini de contrôle. ....	30
Figure II.1: L'effet des parois pour différents rapports diamètre d'une particule/diamètre du tube, en fonction du nombre de Reynolds (Di Felice (1996a)).....	45
Figure II.2: Seuil au dessus duquel les particules sont susceptibles d'être piégées par les grains.....	48
Figure II.3: Montage expérimental pour le suivi des particules.....	52
Figure II.4: Schéma du milieu poreux.....	52
Figure II.5: Méthode de soustraction d'images. ....	53
Figure II.6: Threshold appliqué et résultat de la corrélation de suivi d'objet.....	54
Figure II.7: (a) maillage tétraédrique du milieu fluide, (b) maillage triangulaire des parois solides.....	56
Figure II.8: Schéma du milieu poreux utilisé dans les études numérique et expérimentale (diamètre d'une particule 1.35mm).....	57
Figure II.9: (a) Frottement et (b) roulement d'une particule sur un cylindre.....	58
Figure II.10: Trajectoires expérimentale et numérique d'une particule isolée (d=1.35mm).....	59
Figure II.11: Composante verticale de la vitesse de déplacement d'une particule en verre dans un milieu poreux saturé (diamètre 1.35mm).....	60
Figure II.12: Composante verticale de la vitesse de déplacement d'une particule en verre dans un milieu poreux saturé (diamètre 1.14mm).....	61
Figure II.13: Composante verticale de la vitesse de déplacement d'une particule en verre dans un milieu poreux saturé (diamètre 1.40mm).....	61
Figure II.14: (a) Position de la particule et (b) Composante verticale de la vitesse de déplacement d'une particule dans un milieu poreux sec (d=1.35 mm).....	63
Figure II.15: rapport de vitesses de sédimentation et de chute libre à l'état sec.....	64
Figure II.16: (a) forme en billes dispersées, (b) forme en billes superposées.....	64
Figure II.17: Vitesses moyennes de 100 particules dispersées, 100 particules superposées et particule isolée de même diamètre (d=1.40mm). ....	65
Figure II.24: zones de prélèvement des champs de vitesse du fluide. ....	74
Figure II.25: Vitesse moyennes du fluide au sein des 5 rétrécissements - cas d'une particule isolée.....	74
Figure II.26: Vitesse moyennes du fluide dans les 5 rétrécissements - cas de 100 particules superposées.....	74

Figure II.27: Vitesse moyennes du fluide dans les 5 rétrécissements - cas de 100 particules dispersées .....	75
Figure III.1: Milieu poreux représenté par des tubes capillaires ondulés en 1D.....	82
Figure III.2: Structures de milieux poreux utilisées par Koplik (1982).....	84
Figure III.3: cellules unitaires pour différentes structures cristallines d'arrangement de sphères .....	86
Figure III.4: Force de traînée normalisée en fonction de la porosité en SC.....	90
Figure III.5: Organigramme de la méthode de couplage CFD-DEM .....	98
Figure III.6: couplage CFD-DEM du domaine fluide et du domaine solide. ....	99
Figure III.7: mailles et empilements périodiques de sphères (SC, BCC et FCC).....	103
Figure III.8: procédure du calcul d'inter distance et de longueur de la maille pour différents arrangement de sphères .....	103
Figure III.9: vue en plan de la zone de prélèvement de résultats.....	104
Figure III.10: Lieu de la coupe et les mailles choisies de la coupe d'un système FCC ( $\epsilon=0.2595$ ) .....	105
Figure III.11: profil de vitesse en largeur du modèle d'un système FCC ( $\epsilon=0.2595$ ) .....	106
Figure III.12: coupe de transversale des champs de vitesses d'un système FCC à ( $\epsilon=0.2595$ ) .....	106
Figure III.13: La perméabilité adimensionnelle d'un réseau périodique FCC en fonction de la porosité.....	107
Figure III.14: La perméabilité adimensionnelle d'un réseau périodique SC en fonction de la porosité.....	110
Figure III.15: La perméabilité adimensionnelle d'un réseau périodique BCC en fonction de la porosité.....	111
Figure III.16: La perméabilité adimensionnelle d'un réseau périodique FCC en fonction de la porosité.....	111
Figure IV.1: Différents types de filtration .....	115
Figure IV.2: Mécanismes de filtration dans un filtre granulaire.....	119
Figure IV.3: Sites de rétention.....	122
Figure IV.4: Schéma du milieu étudié.....	128
Figure IV.5: Courbe granulométrique des particules filtrantes dans le milieu poreux .....	129
Figure IV.6: Distribution de la profondeur de pénétration de 200 particules dans un milieu poreux à $t=19.9s$ (la gravité est dans le même sens que l'écoulement de vitesse $0.012\text{ m/s}$ ) .....	130
Figure IV.7: Distribution de la profondeur de pénétration de 200 particules dans un milieu poreux à $t=24.4s$ (la gravité est dans le sens opposé que l'écoulement de vitesse $0.012\text{ m/s}$ ) .....	131
Figure IV.8: Moyenne de la profondeur de 200 particules, dans un empilement désordonné de sphères, entraînées par une vitesse d'écoulement $0.012\text{ m/s}$ .....	131
Figure IV.9: Rétention de particules dans le milieu poreux (la gravité est dans le même sens que l'écoulement de vitesse $0.012\text{ m/s}$ ) .....	133
Figure IV.10: Rétention de particules dans le milieu poreux (la gravité est dans le sens opposé que l'écoulement de vitesse $0.012\text{ m/s}$ ) .....	134
Figure IV.11: Distribution de la profondeur de pénétration de 200 particules dans un milieu poreux à $t=12.098s$ (la gravité est dans le même sens que l'écoulement de vitesse $0.036\text{ m/s}$ ).....	135
Figure IV.12: Distribution de la profondeur de pénétration de 200 particules dans un milieu poreux à $t=11.598s$ (la gravité est dans le sens opposé que l'écoulement de vitesse $0.036\text{ m/s}$ ) .....	135

Figure IV.13: Moyenne de la profondeur de 200 particules, dans un empilement désordonné de sphères, entraînées par une vitesse d'écoulement 0.036m/s.....	136
Figure IV.14 : Rétention de particules dans le milieu poreux (la gravité est dans le même sens que l'écoulement de vitesse 0.036 m/s) .....	137
Figure IV.15 : Rétention de particules dans le milieu poreux (la gravité est dans le sens opposé que l'écoulement de vitesse 0.036 m/s) .....	138
Figure IV.16: Distribution de la profondeur de pénétration de 200 particules dans un milieu poreux à t=13.098s (la gravité est dans le même sens que l'écoulement de vitesse 0.048 m/s).....	139
Figure IV.17 : Distribution de la profondeur de pénétration de 200 particules entraînées par un écoulement du haut vers le bas (d'après Ghidaglia (1994)) .....	139
Figure IV.18 : Distribution de la profondeur de pénétration de 200 particules dans un milieu poreux à t=11.548s (la gravité est dans le sens opposé que l'écoulement de vitesse 0.048 m/s) .....	140
Figure IV.19 : Distribution de la profondeur de pénétration de 200 particules entraînées par un écoulement du bas vers le haut (d'après Ghidaglia (1994)) .....	140
Figure IV.20 : Moyenne de la profondeur de 200 particules, dans un empilement désordonné de sphères, entraînées par une vitesse d'écoulement 0.048m/s.....	141
Figure IV.21: Rétention de particules dans le milieu poreux (la gravité est dans le même sens que l'écoulement de vitesse 0.048 m/s) .....	142
Figure IV.22: Rétention de particules dans le milieu poreux (la gravité est dans le sens opposé que l'écoulement de vitesse 0.048 m/s) .....	143

## Liste des tableaux

Tableau II.1: corrélations du coefficient de traînée .....	43
Tableau II.2: corrélations de la vitesse terminale adimensionnelle en fonction du rayon adimensionnel. ....	43
Tableau II.3: Vitesses analytiques en fonction des diamètres des particules.....	60
Tableau III.1: Forme de la force de traînée pour différentes porosités et réseaux périodiques de sphères (d'après Zick et Homsy 1982).....	88
Tableau III.2: valeurs des différentes corrélations de la force de traînée normalisée, cas d'un réseau périodique SC.....	101
Tableau III.3: valeurs des différentes corrélations de la force de traînée normalisée, cas d'un réseau périodique BCC.....	101
Tableau III.4: valeurs des différentes corrélations de la force de traînée normalisée, cas d'un réseau périodique FCC .....	102
Tableau III.5: Comparaison de la perméabilité adimensionnelle de Zick et Homsy avec nos résultats pour le réseau périodique FCC.....	108
Tableau III.6: Comparaison entre le calcul numérique et analytique de la perméabilité adimensionnelle d'un réseau périodique FCC.....	108



## Références Bibliographiques

- Alazmi B., Vafai K. « Analysis of fluid flow and heat transfer interfacial conditions between a porous medium and a fluid layer. *Int. J. Heat Mass Transfer* Vol.44, 1735-1749, 2001
- Alder B. J., Wainwright T. E. « Phase Transition for a Hard Sphere System ». *J. Chem. Phys.*, Vol. 27, 1208, 1957
- Alder B. J., Wainwright T. E. « Studies in molecular dynamics. I. General method ». *Int. J. Chem. Phys.*, Vol. 31, 459-466, 1959
- Amirtharajah A., Jeffcoat S. « Modeling and analysis of deep bed filtration ». *Georgia Tech Project No. E-20-F50, Quarterly Status Report No. 9*, 2002
- Andrade Jr J. S., Araujo A. D., Vasconcelos T. F., Herrmann H. J. « Inertial capture in flow through porous media ». *Eur. Phys. J. B*: 64, 433-436, 2008
- Batchelor G. K. « Sedimentation in a dilute dispersion of spheres ». *J. Fluid Mech.*, Vol. 52, 245-268, 1972
- Beetstra R., « Drag force in random arrays of mono- and bidisperse spheres ». Thèse de doctorat, université de Twente, Enschede, 2005
- Beetstra R., Van der Hoef M. A., Kuipers J. A. M. « Drag Force of Intermediate Reynolds Number Flow Past Mono- and Bidisperse Arrays of Spheres ». *AIChE J.*, Vol. 53, 489-501, 2007
- Belytschko T., Lu Y. Y., Gu L. « Element free Galerkin methods ». *Int. J. Num. Meth Eng.*, Vol. 37, 229-256, 1994
- Benyahia S., Syamlal M., O'Brien T. J. « Extension of Hill-Koch-Ladd drag correlation over all ranges of Reynolds number and solids volume fraction ». *Powder Tech.*, Vol. 162, 166-174, 2006
- Biggs M. J., Humby S. J., Buts A., Tuzun U. « Explicit numerical simulation of suspension flow with deposition in porous media: influence of local flow field variation on deposition processes predicted by trajectory methods ». *Chem. Eng. Sci.*, Vol. 58, 1271-1288, 2003
- Bird R. B., Stewart W. E., Lightfoot E. N. « Transport Phenomena ». Wiley, New York, 1960
- Bird R. B., Stewart W. E., Lightfoot E. N. « Transport phenomena ». 2ème édition, Wiley, New York, 2002
- Bouchelaghem F., Almosni A. « Experimental Determination of the Longitudinal Dispersivity During the Injection of a Micro-Cement Grout in a One-Dimensional Soil Column ». *Trans. porous med.*, Vol. 67-93, 2003
- Brackbill, D. B. Kothe J. U., Ruppel H. M. « Flip: A low-dissipation, particle-in-cell method for fluid flow ». *Comp. Phys. Commun.*, Vol. 48, 25-38, 1988
- Bridgwater J. Sharpe N. W., Stocker D. C. « Particle mixing by percolation ». *Trans. Inst. Chem. Engrs.*, Vol. 47, 114-119
- Brown, P. P., Lawler D. F. « Sphere drag and settling velocity revisited ». *J. Env. Eng.*, Vol. 129, 222-231, 2003
- Burganos V. N., Skouras E. D., Paraskeva C. A., Payatakes A. C. « Simulation of the Dynamics of Depth Filtration of Non-Brownian Particles ». *AIChE J.*, Vol. 47, 880-894, 2001

Chong J.S., Christiansen E.B., Baer A.D. « Rheology of concentrated suspensions ». *J. Appl. Polymer Sci.*, Vol. 15, 2007-2021, 1971

CTC :« operating manual ». ITOCHU techno-solutions Corporation, 2007

Clift R., Grace J. R., Weber, M.E. « Bubbles, Drops, and Particles ». Academic Press, New York, NY. 1978

Cundall P. A., Strack O. D. L. « A discrete numerical model for granular assemblies ». *Geotechnique* Vol. 29, 47-65, 1979

Dallavalle J.M., « Micrometrics : The technology of fine particle ». 2ème édition, Pitman, London. 1948

Darcy H., *Les fontaines publiques de la ville de Dijon*, Delmont, Paris, 1856.

Davis R. H., Gecol H. « Hindered Settling Function with No Empirical Parameters for Polydisperse Suspensions ». *AIChE J.*, Vol. 40, 570 1994

Di Felice R. « The voidage function for fluid-particle interaction systems ». *Int. J. Multiphase Flow*, vol. 20, 153-159, 1994

Di Felice R. « Hydrodynamics of liquid fluidization ». *Chem. Eng. Sci.*, Vol. 50, 1213–1245, 1995

Di Felice R. « The particle-in-a-tube analogy for a multiparticle suspension ». *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 22, 515-525, 1996

Di Felice, R. « A relationship for the wall effect on the settling velocity of a sphere at any flow regime ». *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 22, 527-533, 1996

Di Felice, R. « The sedimentation velocity of dilute suspensions of nearly monosized spheres ». *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 25, 559-574, 1999

Dullien F. A. L. « Porous Media: Fluid Transport and Pore Structure ». Academic Press, Inc. San Diego. California, 1992

Edelsbruner H., Mücke E. P. « Three-dimensional alpha shapes ». *ACM Transactions on Graphics*, Vol. 13, 43-72, 1994

Fatt I. « The Network Model of Porous Media. III, Dynamic Properties of Networks with Tube Radius Distribution ». *J. Petr. Tech., Pet. Trans., AIME*, Vol.207, 164-181, 1956

Fidleris V., Whitmore R. L. « Experimental determination of the wall effect for spheres falling axially in cylindrical vessels ». *British J. App. Phys.*, Vol. 12, 490-494, 1961

Frey J. M., Schmitz P., Dufreche J., Gohr Pinheiro I. « Particle Deposition in Porous Media: Analysis of Hydrodynamic and Weak Inertial Effects ». *Trans. Porous Med.* Vol. 37, 25-54, 1999

Fuchs N. A., Stechkina I. B. « A note on the theory of fibrous filters ». *Ann. Occup. Hyg.* Vol. 6, 27 1963

Ghidaglia C. « Filtration en profondeur de particules ». Thèse de Doctorat, Université Paris VI, 1994

Ghidaglia C., De Arcangelis L., Hinch J., Guazzelli E. « Transition in particle capture in deep bed filtration ». *Phys. Rev.*, Vol. 53, 3028-3031, 1996

Gibilaro L. G. « Fluidization-Dynamics ». Butterworth Heinemann, Stoneham, M A, 2001.

- Gingold R. A., Monaghan, J. J. « Smoothed particle hydrodynamics: Theory and application to non spherical stars ». *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* Vol. 181, 375-389, 1977
- Gingold R. A., Monaghan, J. J. « Kernel estimates as a basis for general particle methods in hydrodynamics ». *J. Comp. Physics.* Vol. 46 429-453, 1982
- Hamrani A., Belaidi I. « Résolution des problèmes de distorsion en grande déformation dans les procédés de mise en forme des matériaux basée sur la Méthode EFG ». *Actes des 7èmes Journées de Mécanique de l'Ecole Militaire Polytechnique*, 2010
- Happel, J. « Viscous flow in multiparticle systems: Slow motion of fluids relative to beds of spherical particles ». *AIChE J.* Vol 4, 197-201, 1958
- Happel J., Brenner H. « Low Reynolds number hydrodynamics ». Noordhoff, Leyden, the Netherlands, 1973
- Happel J., Epstein N. « Viscous flow in multiparticle systems: cubical assemblages of uniform spheres ». *Ind. Eng. Chem.* Vol. 46, 1187, 1954
- Hasimoto H., « On the periodic fundamental solutions of the Stokes equations and their application to viscous flow past a cubic array of spheres ». *J. Fluid Mech.* Vol. 5, 317-328, 1959
- Hardy J., Pomeau Y., De Pazzis O. « Time evolution of a two-dimensional model system. I. Invariant states and time correlation functions ». *J. Math. Phys.*, Vol. 14, 1746-1759, 1973
- Herzig J. P., Leclerc D. M., Le Goff P. « Flow of Suspensions through Porous Media-New differential equation for clogged beds is derived ». *Ind. Eng. Chem.*, Vol. 62, 8-35, 1970
- Hill R. J., Koch D. L., Ladd A. J. C., « The first effects of fluid inertia on flows in ordered and random arrays of spheres ». *J. Fluid Mech.*, Vol. 448, 213-241, 2001a.
- Hill R. J., Koch D. L., Ladd A. J. C., Moderate-reynolds-number flows in ordered and random arrays of spheres ». *J. Fluid Mech.*, Vol. 448, 243-278, 2001b.
- Holmes D.W., Williams J. R., Tilke P. « Smooth particle hydrodynamics simulations of low Reynolds number flows through porous media ». *Int. J. Num. Anal. Meth. Geom.*, Vol. 35, 419-437, 2011
- Hu X. Y., Adams N. A. « A multi-phase SPH method for macroscopic and mesoscopic flows ». *J. Comp. Phys.*, Vol. 213, 844-861, 2006
- Idelsohn S. R., Oñate E., Del Pin F. « A Lagrangian meshless finite element method applied to fluid-structure interaction problems ». *Comput. Struct.* Vol 81, 655-671, 2003
- Ippolito I., Samson L., Hulin J. P. « Diffusion of a single particle in a 3D random packing spheres ». *Eur. Phys. J. E*, Vol. 3, 227-236, 2000
- Itasca - PFC3D 4.0 « User Guide» et « CCFD add-on ». Itasca Consulting Group, Minneapolis, USA, 2008
- Iwasaki T. « Some notes on sand filtration ». *J. Am. Water Works Ass.* Vol. 29, 1591-1602, 1937
- Jean M. « Frictional contact in collections of rigid or deformable bodies: numerical simulation of geomaterial motions ». *Mech. Geom. Inter.*, Vol. 42, 463-486, 1995
- Jeong S. W., Corapcioglu M. Y. « Force analysis and visualization of NAPL removal during surfactant-related floods in a porous medium ». *J. Haz. Mater.* Vol. 126, 8-13, 2005

- Jiang P. X., Li M., Ma Y. C., Ren Z. P. « Boundary conditions and wall effect for forced convection heat transfer in sintered porous plate channels ». *Int. J. Heat Mass Transfer* Vol. 47, 2073-2083, 2004
- Kmiec A. « Equilibrium of forces in fluidized bed-experimental verification ». *J. Chem. Eng.* Vol. 23, 133-136, 1982
- Koch D. L., Hill R. J. « Inertial effects in suspension and porous media flow ». *Annu. Rev. Fluid Mech.* Vol. 33, 619, 2001
- Koch D. L., Sangani A. S. « Particle pressure and marginal stability limits for homogeneous monodisperse gas fluidized bed: kinetic theory and numerical simulations ». *J. Fluid Mech.* Vol. 400, 229, 1999
- Koo S., Sangani A. S. « Effective-medium theories for predicting hydrodynamic transport properties of bidisperse suspensions ». *Phys. Fluids* 14, 3522, 2002
- Koo S. « Estimation of hindered settling velocity of suspensions ». *J. Ind Eng. Chem.* Vol. 15, 45-49, 2009
- Koplik J. « Creeping flow in two-dimensional networks ». *J. Fluid Mech.* vol. 119, 219-247, 1982,
- Koplik, J., Lasseter, T. J. « Two-phase flow in random network models of porous media ». *SPE J.* Vol. 25, 89-100. 1985
- Ladd A. J. C. « Hydrodynamic transport coefficients of random dispersions of hard spheres ». *J. Chem. Phys.* 93, 3484, 1990
- Larson R. E, Hingdon J. J. L., « Periodic grain consolidation model of porous media ». *Phys. Fluids A*, Vol. 1, pp 38-46, 1989
- Lanru J., Ove S. « Fundamentals of Discrete Element Methods for Rock Engineering: Theory and applications ». Elsevier B. V., 2007
- Leclerc D. « Vingt-cinq ans de contribution à l'étude de la filtration ». Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, 1988
- Lee J., Koplik J. « Network model for deep bed filtration ». *Phys. Fluids*. Vol. 13, 1076-10, 2001
- Lewis, W.K., Gilliland, W.C., Bauer, W.C. « Characteristics of fluidized particles ». *Ind. Eng. Chem.* Vol. 41, 1104, 1949
- Liao S. « An analytic approximation of the drag coefficient for the viscous flow past a sphere ». *Int. J. Non-Linear Mech.*, Vol. 37, 1-18, 2002
- Lin C. T., Amadei B., Jung, J., Dwyer J. « Extensions of discontinuous deformation analysis for jointed rock masses ». *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.* Vol. 33, 671-694, 1996
- Lominé F. « Ecoulements de particules dans un milieu poreux ». Thèse de Doctorat, Université de Rennes 1, 2007
- Lominé F., Oger L. « Transport of small particles through a 3D packing of spheres: experimental and numerical approaches ». *J. Stat. Mech.*, P07019, 2006
- Lominé F., Oger L. « Transit time during the interparticle percolation process ». *Phys. Rev. E*, 82, 041301, 2010



- Lucy L. « A numerical approach to the testing of the fission hypothesis ». *Astronomical J.* Vol. 82, 1013-1024, 1977
- Maier R. S., Kroll D. M., Kutsovsky Y. E., Davis H. T., Bernard R. S. « Simulation of flow through bead packs using the lattice Boltzmann method ». *Phys. Fluids* Vol. 10, 60-74, 1998
- MacDonald I. F., El-Sayed M. S., Mow K., Dullien F. A. L. « Flow through porous media - The Ergun equation revised ». *Ind. Eng. Chem. Fund.* Vol. 18, 199-208, 1979
- Marusic, S. « A note on permeability for a network of thin channels ». *Glasnik Matematički* Vol. 39, 341-348, 2004
- Marle C. M. « Henry Darcy et les écoulements de fluides en milieu poreux ». *Oil & Gas Sci. Tech., - Rev. IFP*, Vol. 61, 599-609, 2006
- Mazaheri A.R., Zerafi B., Ahmadi G., Kadambi J.R., Saylor B.Z., Oliver M., Bromhal G.S, Smith D.H. « Computer simulation of flow through a lattice flow-cell model ». *Adv. Wat. Res* Vol. 28, 1267-1279, 2005
- Mazzei L., Lettieri P. « A drag force closure for uniformly dispersed fluidized suspensions ». *Chem. Eng. Sci.* Vol. 62, 6129-6142, 2007
- Mindlin R.D., Deresiewicz H. « Elastic spheres in contact under varying oblique forces ». *J. App. Mech.*, Vol. 20, 327-344, 1953
- Moran D.C. Moran M.C., Cushing R.S., Lawler D.F., « Particle behavior in Deep-Bed Filtration: Particle Ripening and Breakthrough, Part 2- Particle Detachment ». *J. AWWA* .69-93, 1993.
- Moreau J. J. « Unilateral contact and dry friction in finite freedom dynamics ». Vol. 302, 1-82, 1988
- Mo G., Sangani A. S. « A method for computing Stokes flow interactions among spherical objects and its application to suspensions of drops and porous particles ». *Phys. Fluids*, Vol. 6, 1637. 1994
- Moresi L. N., Solomatov V. S. « Numerical investigation of 2d convection with extremely large viscosity variations ». *Phys. Fluids*, Vol. 7, 2154-2162, 1995
- Morris J. P., Fox, P. J., Zhu Y. « Modeling low Reynolds number incompressible flows using SPH ». *J. Comp. Phys.*, Vol. 136, 214-226 1997
- Nadji D. « Colmatage d'un milieu modèle par une suspension d'argile : application au colmatage des chaussées poreuses ». Thèse de Doctorat, ENPC, 1998
- Nemec D., Levec J. « Flow through packed bed reactors: 1. Single-phase flow ». *Chem. Eng. Sci.* Vol. 60, 6947-6957, 2005
- Ng K. M., Payatakes A. C. « Critical evaluation of the flow rate-pressure drop relation assumed in permeability models ». *AIChE J.*, Vol. 31, 1569-1571, 1985
- Nguyen A. V., Stechemesser H., Zobel G., Schulze H. J. « An improved formula for terminal velocity of rigid spheres ». *Int. J. Min. Process.*, Vol. 50, 53-61, 1997
- Oliver J., Cante J., Weyler R., González C., Hernández J. « Particle finite element methods in solid mechanics problems ». *Computational Methods in Applied Sciences*. Vol. 1, 87-103, 2007
- Oliver J., Cante J.C., Gonzalez C. « On particle finite element methods in solid Mechanics problems ». *VIII Int. Conf. Comp. Plast.*, 2005

- Oñate E., Idelsohn S. R. « A mesh-free finite point method for advective-diffusive transport and fluid flow problems ». *Comp. Mech.*, Vol. 21, 283-292, 1998
- Oñate E., Idelsohn S. R., Del Pin F., Aubry R. « The particle finite element method. An overview ». *Int. J. Comp Meth.*, Vol. 1, 267-307, 2004
- Oñate E., Idelsohn S. R., Celigueta M.A., Rossi R. « Advances in the particle finite element method for fluid-structure interaction problems ». *First South-East Euro. Conf. Comp. Mech.*, 2006
- Oseen, C.W. « Hydrodynamic ». Akademische Verlag, Leipzig, 1927
- Payatakes A. C., Tien, C., Turian R. M. « A new model for granular porous media ». *AIChE J.*, Vol. 19, 58-67, 1973
- Peker M. S., Helvacı S. « Solid-Liquid Two Phase Flow ». Elsevier B. V., First edition, 2008
- Potyondy D. O., Cundall P. A « A bonded-particle model for rock ». *Int. J. Rock Mech. Min Sci.*, Vol. 41, 1329-1364, 2004
- Radjai F., Jean M., Moreau J. J., Roux S. « Force distributions in dense two-dimensional granular systems ». *Phys. Rev. Lett.* Vol. 77, 274-277, 1996
- Rege S. D., Fogler H. S. « A Network Model for Deep Bed Filtration of Solid Particles and Emulsion Drops ». *AIChE J.*, Vol. 34, 1761-1772, 1988
- Remond S. « DEM simulation of small particles clogging in the packing of large beads ». *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 389, 4485-4496, 2010
- Richardson J. F., Zaki W. N. « Sedimentation and fluidisation. Part 1 ». *Trans Inst Chem Engr.* Vol.32; 35-53, 1954
- Rumpf H., Gupta A. R. « Einflüsse der Porosität und Korngrößenverteilung im Widerstandsgesetz der Porenströmung ». *Chem. Ing. Techn.* Vol. 43, 367, 1971 .
- Rushton A., Ward A.S., Holdich R.G. « Solid-Liquid Filtration and Separation Technology ». VCH Verlagsgesellschaft mbH, D-69451 Weinheim, Federal Republic of Germany, 1996
- Sahimi M. « Flow and transport in porous media and fractured rock: From classical methods to modern approaches Second, Revised and enlarged edition ». Wiley-VCH Verlag GMBH & Co. KgaA, Allemagne, 2011
- Sangani A.S., Acrivos A. « Slow Flow Through a Periodic Array of Spheres ». *Int. J. Multiphase Flow* Vol. 8, 343, 1982.
- Sarkar S., Van der Hoef M. A., Kuipers J. A. M. « Fluid-particle interaction from lattice Boltzmann simulations for flow through polydisperse random arrays of spheres ». *Chem Eng Sci*, Vol 64, 2683-2691, 2009
- Schiller, L. Nauman, A. « A drag coefficient correlation ». *V.D.I. Zeitung* 77, 318. 1935
- Shi G. « Discontinuous Deformation Analysis - A New Numerical Model for the Statics and Dynamics of Block Systems ». Thèse de Doctorat, Université de Californie, Berkeley, EUA, 1988
- Shojaei A., Arefinia R. « Analysis of the sedimentation process in reactive polymeric suspensions ». *Chem. Eng. Sci.* Vol. 61, 7565-7578, 2006
- Staron L. « Etude numérique des mécanismes de déstabilisation des pentes granulaires ». Thèse de Doctorat, Institut de physique du Globe de Paris, 2002

Tien, C., Ramarao B. V. « Granular Filtration of Aerosols and Hydrosols ». 2ème edition, Elsevier Science Ltd, 2007.

Tran-Cong S., Gay .M, Michaelides E. E. « Drag coefficients of irregularly shaped particles ». *Powder Tech* Vol.139, 21-32, 2004

Turton R., Levenspiel O. « A short note on the drag correlation for spheres». *Powder Tech*, Vol. 47, 83-86, 1986

Van der Hoef M. A., Beetstra R., Kuipers J. A. M. « Lattice-Boltzmann simulations of low-Reynolds-number flow past mono- and bidisperse arrays of spheres: results for the permeability and drag force ». *J. Fluid Mech.* Vol. 528, 233-254, 2005

Xu B. H., Yu A. B. « Numerical simulation of the gas-solid flow in a fluidized bed by combining discrete particle method with computational fluid dynamics ». *Chem Eng Sci*, Vol. 52, 2785-2809, 1997

Yactayo V. M. « Filtración-capítulo 9 ».  
<http://www.bvsde.paho.org/bvsatr/fulltext/tratamiento/manualII/tomoII/nueve.pdf>

Yiotis A., Psicogios J., Kainourgiakis M., Papaioannou A., Stubos A. « A lattice Boltzmann study of viscous coupling effects in immiscible two-phase flow in porous media », *Col. Surf. A: Physicochem. Eng. Aspects* Vol. 300, 35-49, 2007

Yoshida, H., Tien C « Dynamic Behavior of Aerosol Filtration in a Two-Dimensional Model Filter ». *Aerosol Sci Tech*, Vol. 4, 365-381 1985

Zhu H. P., Rahman M., Yu A. B., Bridgwater J., Zulli P. « Effect of particle properties on particle percolation behaviour in a packed bed ». *Minerals Engineering* Vol. 22, 961-969, 2009

Zick A. A., Homsy G. M. « Stokes flow through periodic arrays of spheres ». *J. fluid Mech.* Vol. 115, 13-26, 1982

Wen, C. Y. & Yu, Y. H. « Mechanics of fluidization ». *AIChE J.* Vol. 62, 100, 1966



## AVIS DU JURY SUR LA REPRODUCTION DE LA THESE SOUTENUE

**Titre de la thèse :** Etude numérique et expérimentale, à l'échelle microstructurale, du transport granulaire dans les milieux poreux saturés

**Nom Prénom de l'auteur :** BENMEZROUA Boumediene

Membres du jury : Monsieur AMBARI  
Monsieur WANG  
Monsieur HELLOU  
Monsieur DUPONT  
Monsieur MAROT  
Monsieur PRINCE AGBODJAN

Président du jury : William PRINCE

Date de la soutenance : 16/12/2011

Reproduction de la thèse soutenue :

- ☒ Thèse pouvant être reproduite en l'état  
☐ Thèse ne pouvant être reproduite  
☐ Thèse pouvant être reproduite après corrections suggérées

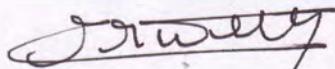
Le Directeur,

M'Hamed DRISSI



Rennes, le 16/12/2011

Signature du Président du jury

  
W. PRINCE

Le transport de particules solides dans un matériau poreux saturé, sujet à l'écoulement de fluide se produit dans les milieux naturels et dans diverses applications liées au génie civil. Ces particules solides peuvent colmater les interstices du matériau poreux et par conséquent réduire sa perméabilité ou au contraire se détacher du matériau poreux et provoquer son érosion. Ainsi, cette thèse s'attache à étudier à l'échelle des grains du matériau poreux les mécanismes du transport de particules en présence d'écoulement de fluide incompressible et de calculer les interactions fluide-solide pour contribuer à la connaissance des phénomènes de colmatage ou d'érosion. Le travail est réalisé principalement par la voie numérique utilisant un couplage original entre deux codes de calcul : PFC3D pour la matrice granulaire – CFD FINAS pour l'écoulement du fluide, validé par des expériences de visualisation menées sur des modèles de laboratoire.

Les études numérique et expérimentale de la filtration dans un milieu poreux bidimensionnel montrent l'influence des particules sur le champ de vitesse du fluide qui se met à son tour en mouvement et accélère la filtration. L'étude des interactions particules-fluide par l'approche couplée DEM-CFD (Distinct Element Method -Computational Fluid Dynamics) a abouti à proposer une formulation de la traînée en fonction de la porosité du milieu poreux. Le couplage avec la loi de Darcy conduit à une relation pratique qui prédit la perméabilité en fonction de la porosité. L'étude est étendue à la filtration de particules solides dans un milieu poreux constitué d'un empilement désordonné de sphères dans lequel un fluide s'écoule en permanence. L'analyse à l'échelle des grains montre des zones de colmatage qui se développent dans le milieu poreux. L'étendue du colmatage est analysée en fonction de combinaisons des forces prédominantes que sont les forces de gravité et de viscosité. Des courbes de distribution des particules selon la profondeur sont trouvées

Mots-clefs: CFD, DEM, transport de particules, colmatage, matériau granulaire, milieu poreux, empilement périodique.

The transport of solid particles in saturated porous material, subject to fluid flow occurs in natural environment and specifically in civil engineering. These solids can clog the pores of the porous material and therefore reduce its permeability or otherwise separate from the porous material and cause internal erosion. Thus, this work aims to study mechanisms of particle transport at the scale of the grains of the porous material and in the presence of incompressible fluid flow. This work is performed primarily by computations using the coupling between two codes: PFC3D for granular matrix – CFD-FINAS for fluid flow. Visualization experiments were used to validate the DEM-CFD numerical coupling (Distinct Element Method - Computational Fluid Dynamics).

The numerical and experimental studies show the influence of particles on the fluid velocity field. These particles move to set in motion the fluid which in turn accelerates the filtration. Then the study of the particle-fluid interactions leads us to build a correlation of the drag force in function of porosity. Using Darcy's law, this correlation leads to a useful equation which can predict the permeability in function of the porosity. The work is extended to study the filtration of solid particles in a random packing of spheres. The analysis of the results shows areas of blockage developing in the porous medium. The extent of clogging leading to reduction of the permeability is analyzed in terms of different combinations of the dominant forces which are the gravity force and the viscous force. Distribution curves of the particles in the medium are found.

Keywords: CFD, DEM, particles transport, clogging, granular material, porous medium, periodic packing.